

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x \ln x - x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et soit C sa courbe représentative.

- 1) a) Montrer que f est continue à droite en 0
 b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter le résultat graphiquement.
- 2) a) Dresser le tableau de variation de f
 b) Etudier la branche infinie de C .
 c) Construire la courbe C .
- 3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.
 b) Etudier la dérivabilité de g^{-1} à droite en -1
- 4) Tracer C' la courbe de g^{-1} dans le même repère.
- 5) Soit la fonction h définie sur $]0, +\infty[$ par : $h(x) = x^2 \ln x$.
 a) Calculer $h'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$
 b) Montrer l'existence et l'unicité de la primitive F de h sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1
 c) Expliciter $F(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$

Exercice 2

Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$.
- 2) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $g'(x) = -4x \ln x$.
 b) Dresser le tableau de variation de g .
- 3) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0, +\infty[$ une unique solution α .
 b) Vérifier que $1,8 < \alpha < 1,9$.
 c) Déduire le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$.
- 4) On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$
 a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
 b) Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et $\forall x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$
 c) Vérifier que $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$
- 5) a) Etudier les variations de f .
 b) Tracer la courbe C_f de f .

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 \ln^2 x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et soit C_f sa courbe représentative.

- 1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.
c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) Tracer C_f (unité graphique 4 cm).

Exercice 5

- 1) Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = -1 + \ln x$.
 - a) Dresser le tableau de variation de g
 - b) Calculer $g(e)$ et déterminer le signe de $g(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.
 - c) Déterminer la primitive G de g sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.
- 2) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x^2 \ln x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et soit C_f sa courbe représentative.
 - a) Montrer que f est continue à droite en 0
 - b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter le résultat graphiquement.
- 3) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, et interpréter les résultats graphiquement.
 - b) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = xg(x)$.
 - c) Dresser le tableau de variation de f
- 4) a) Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à C_f au point $A(1, f(1))$.
b) Montrer que A est un point d'inflexion de C_f .
- 5) a) Déterminer l'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
b) Tracer T et C_f .
- 6) Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \frac{1}{6}x^3 \ln x - \frac{11}{36}x^3$.
Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

Cliquer ci-dessous pour la version PDF de la série
logarithme népérien 4ème Sc Technique



[Fonctions logarithmes népérien 4ème Sc Techniques](#)