Série 15- Oscillations électriques forcées

Ex 1

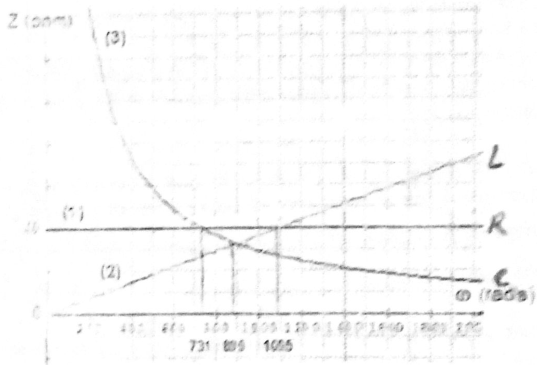
Un circuit électrique comporte un condensateur de capacité C, une bobine d'inductance L et de résistance interne r constituant ainsi un dipôle électrique D. Soit un résistor de résistance R=30 Ω est placé en série avec le dipôle D. Ce circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence N variable et de valeur efficace U =5V.

1-Montrer que le circuit est à la résonnance d'intensité pour les valeurs efficaces U_R=3V et U_D=2V.

2-Déterminer la valeur de résistance r de la bobine.

Ex 2

On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une self inductance d'inductance L et de résistance interne négligeable. On se propose d'identifier spécifiquement chacun de ces dipôles. A l'aide d'un générateur basse fréquence, on a obtenu le document ci-dessous donnant pour chaque dipôle, la variation de son impédance Z en fonction de la pulsation ω du courant, et sur lequel figure trois courbes (1), (2) et (3).



a) Rappeler l'expression de l'impédance électrique pour chaque dipôle en fonction de ω, puis déduire pour chaque courbe la nature du dipôle correspondant.

b) Déterminer la valeur de ω à la résonnance d'intensité.

c) Calculer les valeurs de R, L et C.

237

Ex 3

On monte en série une bobine d'inductance L = 0,1 H et de résistance r, un résistor de résistance R_0 = 10Ω et un condensateur de capacité C. On applique aux bornes du circuit une tension alternative u(t) = U_m sin (2πNt) de fréquence N réglable. On visualise simultanément, à l'aide d'un oscillographe bicourbe, les deux tensions u_{R0}(t) et u(t) respectivement aux bornes du résistor R_0 et aux bornes de tout le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure ci-après.

1-a-Montrer que la courbe (a) représente la variation de la tension aux bornes du circuit (R, L, C)

b- Faire un schéma du montage en indiquant les branchements à effectuer entre l'oscilloscope bicourbe et le circuit électrique.

2- A partir oscillogrammes ci-dessus déterminer :

a- La fréquence N de la tension u (t) appliquée aux bornes de circuit (R, L, C) série.

b-La valeur maximale de l'intensité i (t) du courant débité dans le circuit et déduire l'impédance Z du circuit

c- Le déphasage de l'intensité du courant i(t) par rapport à la tension u(t) et déduire

-la nature du circuit

- La loi horaire de i(t)

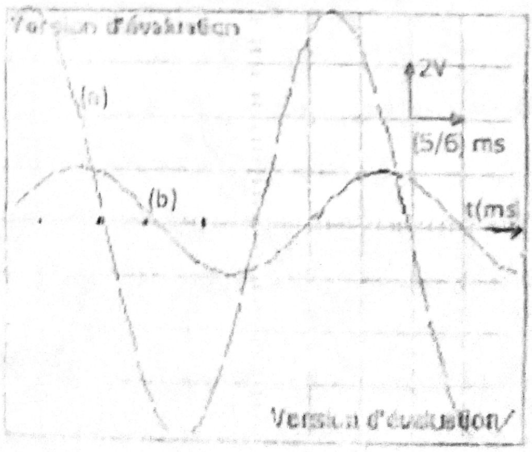
en i(t)

3-Ecrire l'équation différentielle relative à cet oscillateur, faire la représentation de Fresnel et déduire :

a- La résistance r de la bobine

b- La capacité C du condensateur

c- La puissance moyenne consommée par le circuit



4- On règle la fréquence du générateur à la valeur N_0 fréquence propre du résonateur, détermin... dans ce cas :

a- La fréquence N_0.
b- L'intensité du courant maximale.
c- Le coefficient de surtension Q.

Ex 4 : Bac Sc 2014

Dans le but de déterminer la valeur de la résistance r de la bobine (B) et celle de son inductance L, on insère en série .... Un condensateur de capacité C, un resistor de résistance Ro

- un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\sin(2\pi N t + \frac{\pi}{4})$, de valeur efficace U constante et de fréquence N réglable ;
- un ampèremètre (A) de résistance négligeable.

Pour une valeur $N_1 = 377,4$ Hz de la fréquence, l'intensité instantanée du courant électrique qui circule dans le circuit est : $i_1(t) = I_1\sqrt{2}\sin(2\pi N_1 t)$; où I_1 est l'intensité efficace du courant électrique. Deux voltmètres (V_1) et (V_2) sont branchés respectivement aux bornes du résistor de résistance R_0 et aux bornes de l'ensemble (bobine, condensateur)(Figure 4).

Les deux voltmètres (V_1) et (V_2) donnent respectivement les valeurs $U_1 = 2,50$ V et $U_2 = 3,05$ V. $C = 2,1\,\mu F$

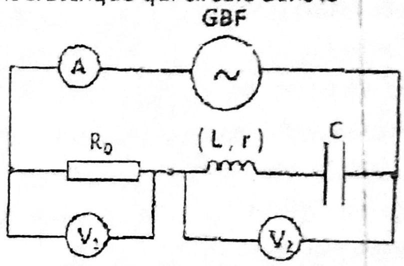


Figure 4

1) a - Déterminer la valeur de l'intensité I_1. On donne $R_0 = 50\,\Omega$
b - Préciser, en le justifiant, la nature du circuit (inductif, capacitif ou résistif).

2) La figure 3 de la page 5/5 (à remplir par le candidat et à remettre avec la copie), représente la construction de Fresnel inachevée et associée au circuit étudié à la fréquence N_1.

a - Compléter la construction de Fresnel à l'échelle : 2 cm pour $\sqrt{2}$ V. On désignera par :
- $\overrightarrow{OA}$ le vecteur associé à la tension $u_{R_0}(t)$,
- $\overrightarrow{AB}$ le vecteur associé à la tension $u_{(B,C)}(t)$, (tension aux bornes de l'ensemble bobine et condensateur);
- $\overrightarrow{OB}$ le vecteur associé à la tension u(t)

b - Déduire les valeurs de U, r et L.

3) On prendra dans la suite de l'exercice r = 10 Ω. On règle maintenant la fréquence N à une valeur N_2 de façon à avoir $U_1 = 5\,U_2$

a - Montrer que le circuit est le siège d'une résonance d'intensité.

b - Montrer que dans ces conditions, on a $\frac{U_C}{U} = \frac{1}{(R_0 + r)}\sqrt{\frac{L}{C}}$

c - Déduire la nature du phénomène qui se produit aux bornes du condensateur. Y a-t-il risque de claquage du condensateur sachant que sa tension nominale est égale à 18V ?

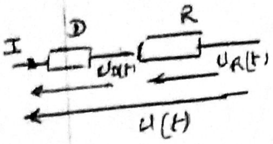
238

239

(1)

Corrigé série 15

Ex 1



1°) Loi des mailles :

$u_R(t) + u_D(t) - u(t) = 0$

donc $u_R(t) + u_D(t) = u(t)$

$U_{R_m} \sin(\omega t + \varphi_{U_R}) + U_{D_m} \sin(\omega t + \varphi_{U_D})$

$= U_m \sin(\omega t + \varphi_U)$

divisons par $\sqrt{2}$ ⇒

$U_R \sin(\omega t + \varphi_{U_R}) + U_D \sin(\omega t + \varphi_{U_D}) = U \sin(\omega t + \varphi_U)$

de plus on a :

$U_R + U_D = U$

donc : $\varphi_{U_R} = \varphi_{U_D} = \varphi_U$

avec $\varphi_{U_R} = \varphi_i$

d'où $\varphi_i = \varphi_u$: résonance d'intensité

2°) A la résonance d'intensité on a :

$Z = R + r$

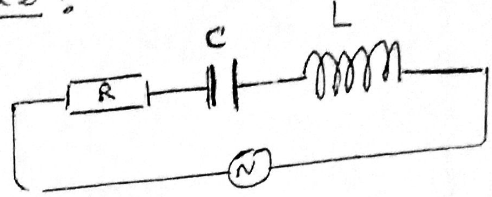
et $\begin{cases} U_R = RI \\ U = ZI = (r+R)I \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{U}{U_R} = \dfrac{r+R}{R}$

$\Leftrightarrow \boxed{r = R\left(\dfrac{U}{U_R} - 1\right)}$

$r = 30\left(\dfrac{5}{3} - 1\right) = 20\,\Omega$

Ex 2 :



a) * $U_R = Z_R \cdot I$
$U_R = RI$ $\Big\}$ $Z_R = R$

* $Z_L = ?$ $U_L = Z_L I = L\omega I$
$\Leftrightarrow \boxed{Z_L = L\omega}$

* $Z_C = ?$ $U_C = Z_C I = \dfrac{I}{C\omega}$
$\Leftrightarrow \boxed{Z_C = \dfrac{1}{C\omega}}$

Rq : cas d'une bobine de résistance r :

$Z_B = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$

* circuit RLC forcé

$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$

• (ℓ1) : correspond à $Z_R = f(\omega)$: constante

• (ℓ2) : correspond à $Z_L = f(\omega)$: droite linéaire

• (ℓ3) : correspond à $Z_C = f(\omega)$: Hyperbole

b°) A la résonance d'intensité :

$\omega = \omega_0 \Leftrightarrow L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$

soit $Z_L = Z_C$: intersection des courbes (2) et (3).

$\Rightarrow \omega_0 = 895\ rad\,s^{-1}$

c) la courbe (1) donne $Z_R = R = 40\,\Omega$

* Pour $\omega = 1095\ rad\,s^{-1}$ on a :

$Z_R = Z_L$

$R = L\omega \Rightarrow L = \dfrac{R}{\omega} = 36,5\ mH$

* $\omega = 731\ rad\,s^{-1}$: $Z_R = Z_C$

$R = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow C = \dfrac{1}{R\omega}$

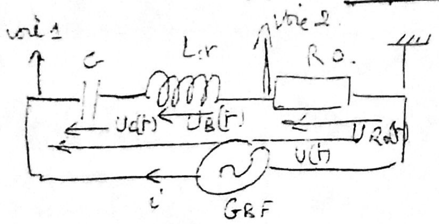
Ex 3 (2)

1°) a) $U_m = Z I_m$ avec $Z = \sqrt{(R_0+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} > R_0$

$U_{R_{max}} = R_0 I_m$ $\Rightarrow U_{max} > U_{R_{max}}$

d'où la courbe (a) correspond à $u(t)$.

b)



2°) a) $N = \frac{2\pi}{T}$ avec $T = 6\,div = 5\,ms \Leftrightarrow N = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200\,Hz$.

b) $I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R_0} = \frac{2V}{10\,\Omega} = 0,2\,A$.

• $Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{8}{0,2} = 40\,\Omega$

c°) $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$? d'après les oscillogrammes $i(t)$ est en retard de phase % à $u(t)$ $\Rightarrow \varphi_i - \varphi_u < 0$

2,40

$|\Delta\varphi| = \omega|\Delta t| = 2\pi N |\Delta t| = 2\pi N . \frac{T}{6}$

$= \frac{2\pi}{\cancel{T}} \cdot \frac{\cancel{T}}{6} \Leftrightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3}$ rad.

donc $\boxed{\varphi_i - \varphi_u = -\frac{\pi}{3}\text{ rad.}}$

• $u(t)$ est en avance de phase sur $i(t) \Rightarrow$ circuit inductif

• $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

avec $I_m = 0,2\,A$; $\omega = 2\pi N = 400\pi\,rad\,s^{-1}$

$\varphi_i = \varphi_u - \frac{\pi}{3}$ or $u(t) = U_m \sin(2\pi N t) \Leftrightarrow \varphi_u = 0$

utile : $\left\{ \begin{array}{l} \text{or } \begin{cases} u(0) = U_m \sin\varphi_u = 0 \Leftrightarrow \sin\varphi_u = 0 \\ \frac{du}{dt}\Big)_{t=0} > 0 \Rightarrow \cos\varphi_u > 0 \end{cases} \end{array} \right. \Rightarrow \varphi_u = 0$ rad

donc $\varphi_i = -\frac{\pi}{3}$ rad

$\Rightarrow \boxed{i(t) = 0,2 \sin\left(400\pi t - \frac{\pi}{3}\right)}$

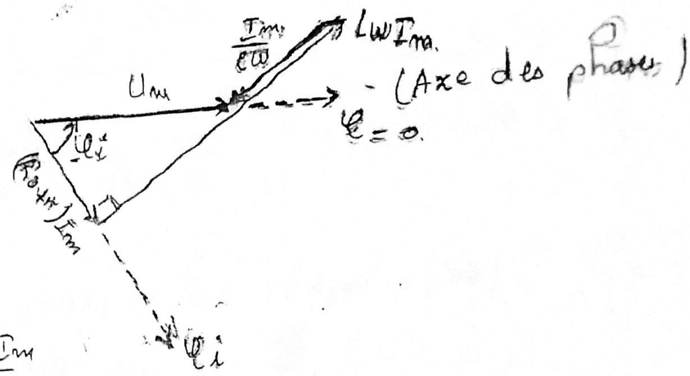
avec i en (A) et t en (s).

3°/a) Loi des mailles : $u_{R_0}(t) + \underbrace{L\frac{di}{dt} + ri}_{u_B(t)} + \underbrace{\frac{q}{c}}_{u_C(t)} - u(t) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{L\frac{di}{dt} + (R_0+r)\,i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt = u(t)}$$

a) Les vecteurs de Fresnels : $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$
avec $\varphi_i = -\frac{\pi}{3}$ rad

$$\begin{pmatrix} L\omega I_{max} \\ \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (R_0+r)I_m \\ \varphi_i = -\frac{\pi}{3}\text{ rad} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{I_m}{C\omega} \\ \varphi_i - \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_m \\ \varphi_0 = 0 \end{pmatrix}$$



$$\cos|\varphi_i| = \frac{(R_0+r)I_m}{U_{max}} = \frac{R_0+r}{Z} \quad \text{donc} \quad \boxed{r = Z.\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - R_0}$$

AN : $\boxed{r = 40 \cdot 0{,}5 - 10 = 10\ \Omega}$.

b°) $\sin|\varphi_i| = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \dfrac{L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}}{U_m}$.

$\left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right) = U_m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ divisons par I_{max}

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = Z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\frac{1}{C\omega} = L\omega - Z.\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow C = \frac{1}{\omega\left(L\omega - Z\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)}$$

AN : $\boxed{C = 8{,}76 \cdot 10^{-6}\,F = 8{,}76\,\mu F}$

c) Puissance $P = \frac{(R_0+r)I_{max}^2}{2} = 10\,(0{,}2)^2 = 0{,}4\ W$.

4°/a) $N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 170\ Hz$

b) $I_{max} = \dots$

c) $\dots L N_0 \dots$

242

suite corrigé série 15 (3)

Ex4 : BAC SC 2014

1°/a) $U_1 = R_0 I_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_0} = \frac{2,5}{50}$

$I_1 = 0,05 A$

b) $\varphi_U = \frac{\pi}{4}$ rad ; $\varphi_i = 0$ rad

$\varphi_U > \varphi_i \Rightarrow$ circuit inductif

2°/a)

* $R_0 I_{1max} = 50 \cdot (0,05)\sqrt{2} = 2,5\sqrt{2}$ V

échelle : 1 cm ⟶ $0,5\sqrt{2}$ V

le vecteur $\vec{OA}$ est associé à la tension $u_{R_0}(t)$ a pour norme $R_0 I_{1m}$ donc, de module 5 cm.

* $\vec{AB}$ est associé à la tension $u_2(t) = u_{B,C}(t)$ avec $U_{B,C_{max}} = 3,05\sqrt{2}$ V $= U_{2max}$

$\Rightarrow \vec{AB}$ a pour norme 6,1 cm

voir construction

b) • D'après la construction, la norme du vecteur $\vec{AH}$ est 1 cm.

soit $r I_1 = 0,5$ V donc $r = \frac{0,5}{0,05} = 10 \Omega$

• La norme du vecteur $\vec{OB}$ est 8,5 cm

soit $U = 4,25$ V

• La norme du vecteur $\vec{HB}$ est 6 cm

soit $\left(2\pi N_1 L - \frac{1}{2\pi N_1 C}\right) I_1 = 3$ V

donc : $L = \frac{1}{2\pi N_1}\left[\frac{3}{I_1} - \frac{1}{2\pi N_1 C}\right]$

$L \simeq 0,11$ H

3°/ a) $U_1 = 5 U_2$

$\Leftrightarrow U_1^2 = 25 U_2^2$

$R_0^2 I_2^2 = 25\left[r^2 + \left(2\pi N_2 L - \frac{1}{2\pi N_2 C}\right)^2\right] I_2^2$

or $R_0 = 5 r$

donc :

$25 r^2 = 25 r^2 + \left(2\pi N_2 L - \frac{1}{2\pi N_2 C}\right)^2 \cdot 25$

d'où

$2\pi N_2 L - \frac{1}{2\pi N_2 C} = 0$

$\Leftrightarrow$ résonance d'intensité

b) $U_C = \frac{I_2}{2\pi N_2 C}$

avec $I_2 = \frac{U}{R_0 + r}$

et $N_2 = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$\Rightarrow U_C = \frac{\left(\frac{U}{R_0+r}\right)}{2\pi \cdot \left(\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right) C}$

$U_C = \frac{U}{(R_0+r) C} \cdot \sqrt{LC}$

$$\boxed{\frac{U_C}{U} = \frac{1}{R_0+r} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

c) $\frac{U_C}{U} = 3,81$

$\Rightarrow U_C > U \Rightarrow$

surtension aux bornes du condensateur.

* $U = 4,25$ V , $U_C = 3,81 \cdot U$

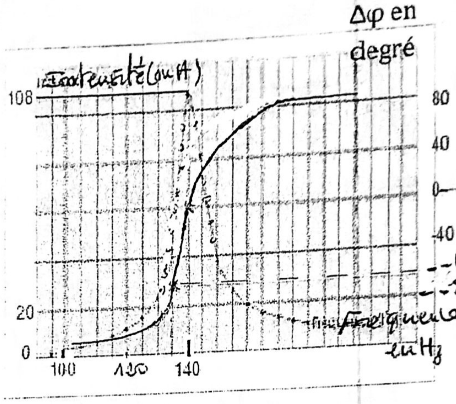
$U_C = 16,2$ V

d'où $U_C < 18$ V $\Leftrightarrow$ pas claquage

Série n°16- Oscillations électriques forcées (2)

Ex1

On étudie un circuit, comportant un résistor (R) en série avec une inductance pure L et un condensateur C. On place un générateur aux extrémités A et B du circuit qui maintient une tension sinusoïdale $u_{AB}(t)= U\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ de tension constante U=2V et de fréquence N variable. On mesure l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit pour différentes valeurs de N. Les résultats sont représentés graphiquement (voir figure ci-dessous). Sur ce document on a représenté également, en fonction de N, le déphasage $\Delta\varphi=\varphi_u-\varphi_i$ en degré.



1-Commenter les deux courbes : préciser par quoi sont caractérisées, la résonance et les valeurs de N pour que le circuit soit inductif ou capacitif.

2-On donne C= 4 μ F, déterminer R et L.

3- Soit U_c la tension efficace aux bornes du condensateur .Exprimer le rapport U_c/U à la résonance d'intensité en fonction de N_0, L et R. puis donner sa valeur numérique.

4- On fixe N= 135 Hz, donner les expressions numériques en fonction du temps des grandeurs : i(t), u_{AB}(t), u_L(t) et u_c (t).

Ex2

On monte en série, une bobine d'inductance L et de résistance interne r et un condensateur de capacité C.

L'ensemble est excité par un générateur basse fréquence délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence variable : $u(t)= U\sqrt{2}\sin(2\pi Nt+\varphi)$.

L'intensité du courant qui traverse le circuit exprimée en Ampère est $i(t) = 0{,}2\sqrt{2}\sin(314t)$.

1-a)Calculer la valeur de la fréquence N de la tension d'alimentation.

243

b) Etablir l'équation différentielle en i(t).

2- Les voltmètres V_1 et V_2 et V indiquent respectivement : U_1=5V, U_2=3V, et U=5V.

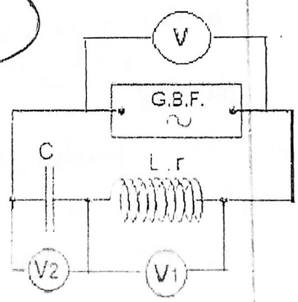
a) Faire à l'échelle 1cm pour $\sqrt{2}$ V la représentation de Fresnel correspondante pour ces tensions.

b) En déduire les valeurs de r, L et C. ??

c) Donner l'expression numérique de la tension instantanée u(t).

3- a) Quelle est la nature du circuit ? Justifier.

b) Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.



Ex 3

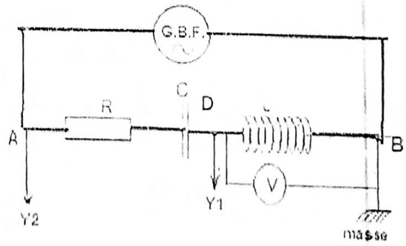
On réalise entre deux bornes A et B un circuit comportant en série une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C et un résistor de résistance R. On branche un voltmètre aux bornes de la bobine. On maintient entre A et B une tension sinusoïdale $u(t)= U\sqrt{2}\sin(2\pi Nt+\varphi)$.

L'intensité du courant qui traverse le circuit est $i(t) = \sqrt{2}\sin(\omega t)$ exprimée en A.

La sensibilité verticale de la voie Y2 est $5\sqrt{2}$ V/div.

Le voltmètre indique 62.8V.

1-a) Montrer que la courbe (a) est celle de la voie 2 et la courbe (b) est celle de la voie 1.



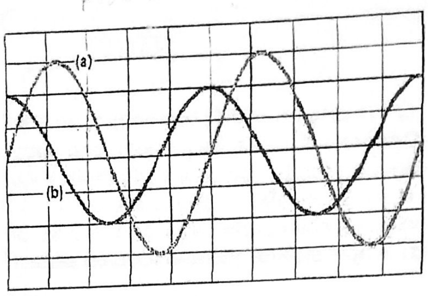
b) Donner les expressions de I, U_{DB} et de tg φ en fonction de U, R, L, C et ω.

2-a)Exprimer u_{DB} en fonction du temps. Déterminer la valeur de φ.

b) Que peut-on dire du circuit AB (inductif, capacitif ou résistif) ? En déduire la valeur de R.

3-a)Calculer la valeur du facteur de surtension Q du circuit.

c) En déduire la valeur de C et de L.



4-a) Exprimer la puissance moyenne consommée par le circuit AB en fonction de U et R, puis calculer sa valeur. En déduire la valeur de l'énergie W consommée par le circuit AB pendant une période

b) Exprimer l'énergie totale E emmagasinée par le circuit AB en fonction de U, R et L, puis déterminer sa valeur. Etablir la relation suivante : $Q= 2\pi E/W$.

Ex4 : Bac Math 2014

Les deux circuits électriques (a) et (b) schématisés sur la figure 3, de la page 5/5 à compléter par le candidat et à remettre avec la copie, comportent chacun : une bobine d'inductance L et de résistance r, un condensateur de capacité C, un conducteur ohmique de résistance $R = 50\ \Omega$, un générateur (GBF) délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U_m\sin(2\pi N t)$ de fréquence N réglable et d'amplitude U_m constante et un ampèremètre A

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise simultanément les tensions u(t) sur la voie Y_A et $u_C(t)$ aux bornes du condensateur sur la voie Y_B. Pour une fréquence N_1 du GBF, on obtient les oscillogrammes de la figure 4 visualisés avec les sensibilités suivantes :

- sensibilité horizontale : $2\ ms.div^{-1}$.
- sensibilités verticales : voie Y_A : $2\ V.div^{-1}$
  et voie Y_B : $4\ V.div^{-1}$.

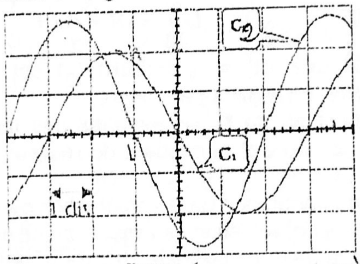


figure 4

1) a- Choisir le schéma convenable (a) ou (b) de la figure 3 de la page 5/5 et y indiquer les connexions avec l'oscilloscope permettant de visualiser simultanément les tensions u(t) et $u_C(t)$.

b- Justifier que l'oscillogramme (C_1) correspond à $u_C(t)$

2) En exploitant les oscillogrammes de la figure 4, déterminer :

a- les valeurs des amplitudes U_m et U_{Cm} respectivement des tensions u(t) et $u_C(t)$;

b- la valeur de la fréquence N_1

3) a- Montrer que l'intensité instantanée i(t) du courant électrique est en avance de phase de $\frac{\pi}{6}$ rad par rapport à u(t).

244

b- Déduire si le circuit est capacitif ou inductif

4) Soit Z l'impédance du circuit.

a- Montrer que $20\pi N_1 Z C = 7$

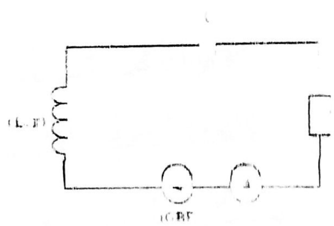
b- Sachant que $Z = 74.5\ \Omega$, déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

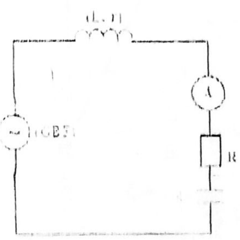
c- Déterminer la valeur de l'intensité I du courant électrique indiquée par l'ampèremètre.

5) Un wattmètre convenablement branché dans le circuit indique que celui-ci consomme une puissance électrique moyenne $P = 182\ mW$

a- Calculer la valeur de r

b- Déterminer la valeur de L





Ex5

On réalise un circuit comportant un GBF (Générateur basse fréquence), une bobine d'inductance L inconnue et de résistance $r = 50\ \Omega$, un résistor de résistance $R = 100\ \Omega$, un condensateur de capacité $C = 2,85\ \mu F$ et un ampèremètre, montés tous en série (Fig.1).

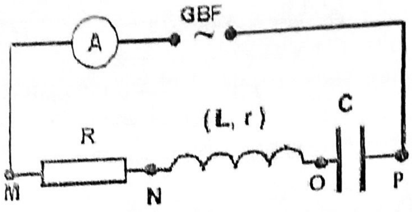


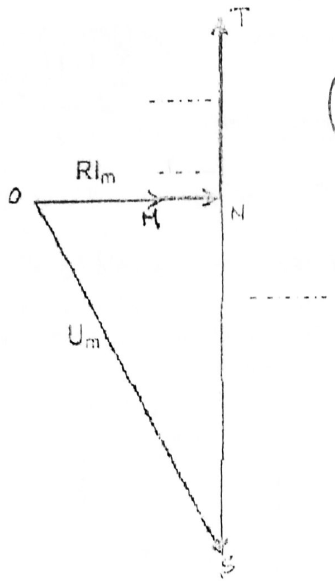
Fig.1

Le GBF utilisé alimente le circuit en délivrant à ses bornes une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable et d'amplitude $U_m = \cancel{6}$ 5,7V V. De ce fait, l'intensité i(t) du courant électrique qui circule dans le circuit vérifie l'équation différentielle suivante :

$$L\frac{di}{dt} + (R + r).i + \frac{1}{C}\int i.dt = U_m \sin(2\pi Nt)$$

1) On admet que $i(t) = I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$ est une solution particulière de cette équation différentielle, en régime permanent.
   A une valeur N_1 de N, les mesures des tensions aux bornes des différents dipôles du circuit de la figure 1 permettent de réaliser, à l'échelle, la construction de Fresnel de la figure 2.
   Compléter l'annotation de la construction de Fresnel.
2) A l'aide de la construction de Fresnel complétée :
   a- donner la valeur maximale U_{Rm} de la tension aux bornes du résistor et en déduire la valeur de l'intensité maximale I_m.
   b- donner la valeur maximale U_{Cm} de la tension aux bornes du condensateur et en déduire la valeur N_1 de la fréquence du GBF.
   c- déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.
3) En fixant la fréquence N du GBF à la valeur N_2 = 243,5 Hz, l'ampèremètre indique la valeur I_2 = 26,87 mA
   a- Calculer la valeur de l'impédance Z_2 de l'oscillateur RLC série. Conclure à propos l'état de l'oscillateur.

   c- Retrouver la valeur de l'inductance L de la bobine.



245

U_{Rmax} = 1,9 V
U_{CM} = 7,1 V
U_{LM} = 2,6 V
U_{max} = 5,7 V

Échelle:
1 cm représente 1 V.

Figure 2

Corrigé série 16

Ex5 :

1/ A l'aide de la construction de Fresnel : voir figure

2°/ a) Le vecteur de Fresnel $\vec{OM}$ représentant la tension $u_R(t)$ de module 1,9 cm or 1 cm représente 1 V donc $\underline{U_{R_{max}} = 1,9 V}$

$I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R}$, A.N. : $I_{max} = 19\ mA$

le module du vecteur $\vec{TS}$ représentant $u_C(t)$ mesure 7,5 cm donc $U_{Cm} = 7,5 V$

$\bullet\ N_1 = \frac{I_m}{2\pi C\, U_{Cmax}} = \frac{19.10^{-3}}{2 . 3,14 . 2,85.10^{-6} . 7,5}$

$\underline{N_1 = 141,54\ Hz}$

b) $U_{Lmax} = L\omega_1 I_m = 2\pi N_1 L I_{max}$

$\Leftrightarrow L = \frac{U_{Lmax}}{2\pi N_1 I_{max}}$

. le vecteur $\vec{NT}$ représente $u_L(t)$ mesure 2,6 cm $\Rightarrow U_{Lmax} = 2,6 V$

d'où $L = \frac{2,6}{2 . 3,14 . 141,54 . 19.10^{-3}}$

$\underline{L = 0,153 H}$

3°/ a) $Z_2 = \frac{U_{max}}{I_{2max}} = \frac{U_{max}}{I_2\sqrt{2}}$

$Z_2 = \frac{5,7 V}{26,87 . 10^{-3} . 1,414} = 150\ \Omega$

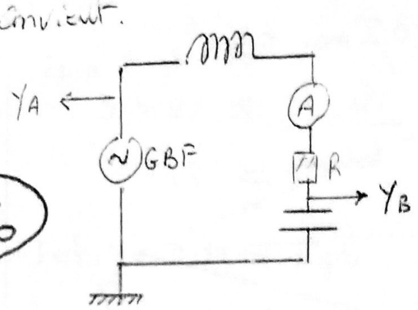
b) $\cdot Z_2 = 150\ \Omega = R + r$

$\Rightarrow$ résonance d'intensité

b) $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Leftrightarrow L = \frac{1}{\ldots}$

Ex4 :

1°/a) c'est le schéma (b) qui convient.



246

b°) $u_C(t)$ est toujours en retard de phase par rapport à $u(t)$.

En effet : $-\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} < \varphi_U - (\varphi_{UC} + \frac{\pi}{2}) < \frac{\pi}{2}$

$-\pi < \varphi_U - \varphi_{UC} < 0$

. la courbe (C1) en retard de phase par rapport à (C2)

d'où : (C1) correspond à $u_C(t)$.

2°/a) $U_m = 2,8\ div = 5,6\ V$

$U_{Cm} = 2\ div = 8V$

b) $T_1 = 6\ div = 12\ ms$

$\Rightarrow N_1 = \frac{1}{T_1} = 83,33\ Hz$

3°/a) soit : $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_{UC} > 0$

$\Delta\varphi = \omega_1 |\Delta t| = \frac{2\pi}{T_1}(\frac{T}{6}) = \frac{\pi}{3}$ rad

or $\varphi_{UC} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \varphi_U - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$

$\varphi_U - \varphi_i = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6}$ rad

$\Leftrightarrow \varphi_i - \varphi_U = \frac{\pi}{6}$ rad

d'où le résultat $i(t)$ est en avance de $\frac{\pi}{6}$ par rapport à $u(t)$.

b) circuit capacitif $\varphi_i - \varphi_U > 0$

4°/a) $U_{C\,max} = \frac{I_{max}}{2\pi N_1 C} = 8\ V$

$U_m = Z\, I_{max} = 5,6\ V$

$\Rightarrow \frac{U_m}{U_{C\,max}} = Z . 2\pi N_1 C = 0,7$

d'où $20\pi . Z N_1 C = 0,7 \times 10 = 7$

b) $C = \frac{7}{20\pi Z N_1} = \frac{7}{20 . 3,14 . 74,5 . 53,33}$

$C = 17,95\ \mu F \simeq 18\ \mu F$

c) $I_m = \frac{U_m}{Z} \Leftrightarrow I = \frac{U_m}{Z . \sqrt{2}}$

$I = \frac{5,6}{74,5 . 1,414} = 53,1\ mA$

5°/a) $P = (R + r)\, I^2$ 247

$\Leftrightarrow r = \frac{P}{I^2} - R$

$r = \frac{182.10^{-3}}{(53,1)^2 . 10^{-6}} - 50$

$\boxed{r = 14,54\ \Omega}$

b) $Z^2 = (R+r)^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2$

avec $\omega_1 = 2\pi N_1$

$\left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right) = \pm \sqrt{Z^2 - (R+r)^2}$

=> 2 sol possibles.

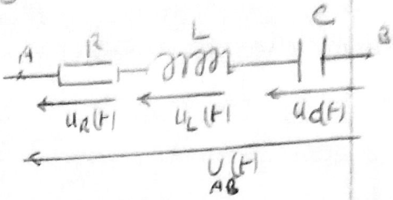
* $L_1 = 0,27H \Rightarrow L_1 \omega_1 > \frac{1}{C\omega_1}$ à rejeter car le circuit est capacitif.

donc $L_2 = 0,13H$ qui correspond à $L_2 \omega_1 < \frac{1}{C\omega_1}$

d'où $L = 0,13H$

6°/ [illegible]

Ex 1



$u_{AB}(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t)$

1°) * Résonance d'intensité :

$I_{max} = 108\sqrt{2}\ mA$

$N = 140\ Hz$

* Déphasage : $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$
  * $N = N_r = 140\ Hz$: $\Delta\varphi = 0$
  * $N < 140\ Hz$: $\Delta\varphi < 0$: circuit capacitif
  * $N > 140\ Hz$: $\Delta\varphi > 0$: inductif

2°/ $C = 4\ \mu F$

A la résonance d'intensité : $\omega = \omega_0 = 2\pi N_r$

$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Leftrightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$

$L = \frac{1}{4(3,14)^2 . (140)^2 . 4.10^{-6}} = 0,32\ H$

* $R = \frac{U_{max}}{I_{max}}$ (résonance d'intensité)

$R = \frac{U}{I} = \frac{2}{108.10^{-3}} \simeq 18,5\ \Omega$

3°/ $\frac{U_C}{U} = \frac{\frac{I}{C\omega}}{U} = \frac{1}{ZC\omega}$

A la résonance d'intensité : $Z = R$ et $\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$

d'où $\frac{U_C}{U} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{2\pi N_0 L}{R}$

$\frac{U_C}{U} = \frac{2 \times 3,14 . 140 . 0,32}{18,5} = 15,2$

↑ coeff de surtension.

4°/ $N = 135\ Hz$

* $i(t) = I_m \sin(2\pi N t + \varphi_i)$

$I_{max} = I\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\ mA = 56,56\ mA$

$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3}\ rad$; $(-60°)$

si $\varphi_u = 0$ donc $\varphi_i = \frac{\pi}{3}\ rad$

$N = 135\ Hz$; $\omega = 270\pi\ rad/s^{-1}$

$i(t) = I_m \sin\left(270\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

Suite Corrigé série 16

$u_{AB}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t)$

$u_{AB}(t) = 2\sqrt{2}\sin(270\pi t)$ avec u_{AB} en (V) et t en (s).

$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t + \varphi_{uL})$

$L\omega I_m = 2\pi N L I\sqrt{2}$

$= 6{,}28 \cdot 135 \cdot 0{,}32 \cdot 56{,}56 \cdot 10^{-3}$

$u_L(t) = 15{,}34 \cdot \sin(270\pi t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$

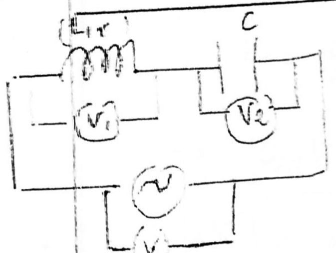
$u_L(t) = 15{,}34 \sin(270\pi t + \frac{5\pi}{6})$

$u_C(t) = \frac{I_m}{C\omega}\sin(270\pi t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$

$U_{Cmax} = \frac{56{,}56 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 270 \cdot 3{,}14} = 16{,}67\,V$

$\boxed{u_C(t) = 16{,}67 \sin(270\pi t - \frac{\pi}{6})}$

2 :



248

1°/a) $\omega = 2\pi N = 314\ rad\,s^{-1}$

$\Rightarrow N = \frac{\omega}{2\pi} = 50\,Hz$

b°) loi des mailles : $u_B(t) + u_C(t) - u(t) = 0$

$\Rightarrow \boxed{L\frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C}\int i(t)dt = u(t)}$

2°/a) $i(t) = I_m\sin(\omega t + \varphi_i)$ est une solution pour cette équation. La loi des mailles : $u_C(t) + u_B(t) = u(t)$ sera :

$U_C\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_{uC}) + U_B\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_{uB}) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow U_C \sin(\omega t + \varphi_{uC}) + U_B \sin(\omega t + \varphi_{uB}) = U \sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow$ les vecteurs de Fresnel :

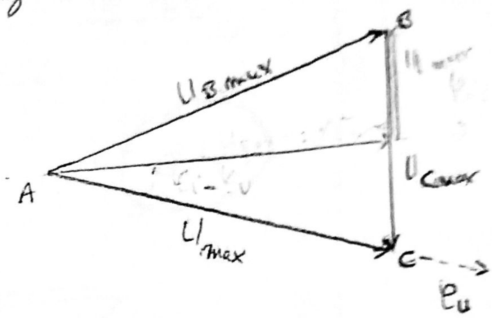
$\begin{pmatrix} U_C\sqrt{2} \\ \varphi_{uC} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_B\sqrt{2} \\ \varphi_{uB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U\sqrt{2} \\ \varphi \end{pmatrix}$

avec $U_C = U_2 = 3V$; $U_B = U_1 = 5V$

$U = 5V$

Echelle : $1\,cm \leftrightarrow \sqrt{2}\,V$

triangle isocèle



b°) * $U_{Cmax} = \frac{I_{max}}{C\omega}$

$\Rightarrow U_C = \frac{I}{C\omega} \Leftrightarrow C = \frac{I}{\omega U_C} = 212\,\mu F$

* $U_L = L\omega I = \frac{U_C}{2} = 1{,}5\,V$

$\Rightarrow L = \frac{U_L}{I\omega} = 24\,mH$

* $U_r = rI = \sqrt{U_B^2 - U_L^2} = 4{,}77\,V$

$\Leftrightarrow r = \frac{U_r}{I} = \frac{4{,}77}{0{,}2} = 23{,}85\,\Omega$

c) $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$?

$\omega = 314\,rad\,s^{-1}$, $U = 5V$

$\cos|\varphi_u - \varphi_i| = \cos|\varphi_u| = \frac{U_{rmax}}{U_{max}} = \frac{U_r}{U}$

$= 0{,}954$

$\Rightarrow |\varphi_u| = 17{,}44° = 0{,}30\,rad$

$\varphi_u < 0 \Rightarrow \varphi_u = -0{,}3\,rad$

soit $u(t) = 5\sqrt{2}\sin(314t - 0{,}3)$

c) $\varphi_u < \varphi_i$: circuit capacitif

b) $P = rI^2 = (23{,}85) \times (0{,}2)^2$

$= 0{,}95\,W$

Ex 3

1°/a) $u_L = L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow \varphi_{u_L} = \varphi_i + \frac{\pi}{2}$ or $-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow 0 < \varphi_{u_L} - \varphi_u < \pi$

$\Leftrightarrow$ $u_L(t)$ est toujours en avance de phase sur $u(t)$

donc la courbe (b) est celle de $u_L(t)$ et (a) est celle de $u(t)$.

249

b) $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

. $U_{DB} = Z_B I = L\omega I = L\omega \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

. $\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$

2°/a) $u_B(t) = U_{DB}\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_{u_{DB}})$

avec $\varphi_{u_{DB}} = \underset{0}{\varphi_i} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ rad et $U_{DB} = 62{,}8\,V$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3}} = 200\pi\ rad\,s^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{u_{DB}(t) = 62{,}8\sqrt{2}\sin(200\pi t + \pi/2)}$

. φ? $|\Delta\varphi| = \omega|\Delta t| = \frac{2\pi}{T}\left(\frac{T}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$ rad

$\Leftrightarrow |\varphi_u - \varphi_{u_{DB}}| = \frac{\pi}{2}$ or $\varphi_{u_{DB}} = \pi/2$ donc $\underline{\varphi_u = \varphi = 0 \text{ rad}}$

b) $\varphi_i = 0 = \varphi_u \Leftrightarrow$ circuit résistif.

. $Z = R = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$, $R = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\,\Omega$

3°/a) $Q = \frac{U_C}{U}$ à la résonance d'intensité

$= \frac{U_L}{U} = \frac{U_{DB}}{U} = \frac{62{,}8}{10} = 6{,}28$

. $Q > 1 \Rightarrow U_L = U_C > U$: surtension aux bornes de (L) et (C).

b) $Q = \frac{L\omega_0}{R} \Rightarrow L = \frac{QR}{\omega_0} = 0{,}1\,H$

. $Q = \frac{1}{RC\omega_0} \Leftrightarrow C = \frac{1}{RQ\omega_0} = 2{,}53 \cdot 10^{-5}\,F$

4°/a) $P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i)$ avec $\varphi_u = \varphi_i$

$P = UI = \frac{U^2}{R} = 10\,W$

• $W = P.\Delta t = P.T = 10.10^{-2} = 0{,}1\,J$

b) $E = E_e + E_L$

$= \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$

$\frac{dE}{dt} = i\Big(\underbrace{L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}}_{u(t) - u_R(t)}\Big) \Rightarrow \frac{dE}{dt} = i\,(u(t) - u_R(t))$

or $u(t) = u_R(t)$ (circuit résistif)

$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \iff E$ se conserve en permanence

pour $i = I_{max}$, $q = 0$

$\iff E = \frac{1}{2} L I_{max}^2 = L I^2 = L\frac{U^2}{R^2}$

$$\boxed{E = L\left(\frac{U^2}{R^2}\right)}$$

AN : $E = 0{,}1\,J$

c) $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{2\pi L}{T_0 R} = \frac{2\pi L \cdot (U^2/R^2)}{T_0 R\,\underbrace{(U^2/R^2)}_{P}} = \frac{2\pi E}{P.T_0}$

$$\boxed{Q = \frac{2\pi E}{W}}$$

2,50

251

Série 17- Acides-bases

Ex1

On considère les couples acide-base suivants : HSO_4^-/SO_4^{2-} et $HCOOH / HCOO^-$.

1-Ecrire les équations des demi-réactions correspondantes à chacun des couples acide-base.

2-a)Donner l'expression de la constante d'acidité de chaque couple acide-base et calculer sa valeur.

On donne: pka_1 (HSO_4^-/SO_4^{2-}) = 1, 9 4 ; pka_2 ($HCOOH / HCOO^-$)=3,75.

b) Comparer la force des deux acides.

3-a) Donner l'expression de la constante de basicité associée à chaque couple acide-base sachant que le produit ionique de l'eau $Ke=10^{-14}$.

b) Comparer la force des deux bases.

4-a) Ecrire l'équation de la réaction acide-base mettant en jeu ces deux couples acide-base avec $HSO4^-$ écrit à gauche.

b) Calculer la constante d'équilibre relative à cette réaction.

5-Quelle réaction se produit spontanément dans le cas des systèmes (S_1) et (S_2) dont la composition est la suivante :

(S_1) : $[HSO_4^-]=10^{-1}$ mol.L^{-1} ; $[SO_4^{2-}]= 10^{-2}$ mol.L^{-1} ; $[HCOOH]= 10^{-1}$ mol.L^{-1} ; $[HCOO^-]=10^{-3}$ mol.L^{-1}.

(S_2): $[HSO_4^-]=2.10^{-2}$ mol.L^{-1} ; $[SO_4^{2-}]= 4.10^{-3}$ mol.L^{-1} ; $[HCOOH]= 5.10^{-1}$ mol.L^{-1} ; $[HCOO^-]=5.10^{-4}$ mol.L^{-1}.

Ex2

On considère les couples acide-base suivants et leurs pka à 25°C :

Couple n°	Acide	Base conjuguée	pka
1	$CH_2Br\,COOH$	$CH_2Br\,COO^-$	pka_1=2,84
2	H_2O	OH^-	pka_2=15,74
3	HSO_4^-	SO_4^{2-}	pka_3=1,94
4	H_3O^+	H_2O	pka_4=-1,74

1-Compléter le tableau précédent et classer, les couples par ordre de force décroissante de l'acide.

2-On considère la réaction faisant intervenir l'acide HSO_4^- et la base $CH_2Br\,COO^-$.

a- Donner l'expression de la constante d équilibre K relative à cette réaction.

b- Déduire l'expression de K en fonction de pka1 et pka 3 Calculer sa valeur.

c- La base du couple n°1 est –elle plus forte ou plus faible que celle du couple n°3 ?

Ex3

Pour préparer deux litres d'une solution d'engrais pour plantes, on dissout une masse m=29,8g de phosphate d ammonium $(NH_4)_3PO_4$ dans une quantité suffisante d'eau.

1/a) Ecrire l équation chimique qui symbolise la réaction acido-basique entre l'ion ammonium NH_4^+ et l ion phosphate PO_4^{3-}. On s'intéressera uniquement à la réaction qui conduit à la formation de l'ion HPO_4^{2-}

b) Calculer en milieu aqueux, la constante d équilibre associée à l'équation chimique ainsi écrite.

2/a)Calculer la concentration de la solution obtenue de phosphate d'ammonium.

b) Déduire les quantités de NH_4^+ et PO_4^{3-} initialement introduites.

c)En supposant que l'eau ne réagit pas avec les ions ammonium et les ions phosphate et en utilisant le tableau descriptif d'évolution du système. déterminer la composition molaire volumique du système à l'équilibre chimique.

On donne pKb_1 (NH_4^+/NH_3)= 4.8 pKb_2 (HPO_4^{2-}/PO_4^{3-}) = 1,6 H=1 ; O=16 ; N=14 ; P=31.

Ex4

Dans tout l'exercice, on néglige les ions issus de l'ionisation propre de l'eau. Deux solutions aqueuses basiques (S_1) et (S_2), de même volume V=10mL, ont le même pH=11,8 à 25°C, température pour laquelle pKe=14. (S_1) est une solution d'hydroxyde de potassium KOH de concentration molaire C_1 et (S_2) est une solution de méthylamine CH_3NH_2 de concentration molaire C_2.

1/a)Définir une base de Bronsted.

b) Donner les symboles des acides conjugués des bases précédentes.

c)Calculer l'avancement final de la réaction de chaque base avec l'eau.

2/On ajoute dans chacune des solutions précédentes de l'eau distillée jusqu'à obtenir des solutions (S'_1) et (S'_2) obtenues par dilution respective de (S_1) et (S_2) ont des pH de valeurs 10,8 et 11,3 respectivement et de volumes V'_1= V'_2= 100m.L.

a) Calculer le nouveau avancement final de la réaction de chaque base avec l'eau.

b) Les deux bases sont-elles fortes ou faibles?

c) Comparer C_1 et C_2.

Ex5 (contrôle 2009) On négligera les ions provenant de l'ionisation propre de l'eau.

La mesure du pH d'une solution aqueuse d'acide benzoïque C_6H_5COOH de volume V=0,1L et de concentration $C=10^{-2}$ mol .L^{-1} donne 3,13 ; celle du pH d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque CH_3COOH de même volume V et de même concentration C donne 3,4.

1-Montrer que l'acide benzoïque et l'acide éthanoïque sont des acides faibles.

2-a) Ecrire l'équation de la réaction de chaque acide avec l'eau.

b) Donner les couples acide-base mis en jeu dans chaque réaction.

3-a)Calculer pour chaque réaction, l'avancement maximal et l'avancement final.

b) Montrer que la constante d'acidité Ka du couple AH/A⁻ s'écrit sous la forme : $K_a = \frac{C\,\tau_f^2}{1-\tau_f}$ et calculer les pka des couples acide-base mis en jeu respectivement par l'acide benzoïque et l'acide éthanoïque.

c)Comparer les forces des deux acides et montrer que le résultat trouvé est prévisible.

Ex6

On considère trois solutions aqueuses d'acides (S_1), (S_2) et (S_3), de même concentration initiale.

Les trois solutions sont obtenues en dissolvant respectivement le chlorure d'hydrogène HCl, de l'acide borique H_3BO_3 et de l'acide méthanoïque HCOOH. Les mesures des pH des solutions (S_1), (S_2) et (S_3) donnent les valeurs respectives suivantes: pH_1=2,3 ; pH_2=5,7 et pH_3=3,1.

1/a)Ecrire les équations qui symbolisent les réactions d'ionisations des acides cités dans l'eau.

b) Classer les acides par force croissante.

c)Parmi les valeurs suivantes, attribuer, à chaque réaction d'ionisation d'acide dans l'eau, la valeur du taux d'avancement final qui convient : $3,4.10^{-4}$; $1.7.10^{-1}$ et 1.0.

d) Classer les acides en acides forts et acides faibles.

2 Pour la solution (S_1) de concentration initiale C, l'expression du pH est la suivante: pH= - log C. En déduire la valeur de C.

3. Pour les solutions (S_2) et (S_3), on admet que le pH=1/2 (pka – log C). En déduire la constante d'acidité pour chacun des couples acide/base correspondant.

252

Corrigé série 17. (1)

Ex 1

1/ $HSO_4^- \rightleftharpoons H^+ + SO_4^{2-}$

$HCOOH \rightleftharpoons H^+ + HCOO^-$

2°/a) * $Ka_1 = \frac{[H_3O^+].[SO_4^{2-}]}{[HSO_4^-]}$

$pKa_1 = -\log Ka_1$

$Ka_1 = 10^{-pKa_1} = 10^{-1,94}$

$\boxed{Ka_1 = 11,48.10^{-3}}$

* $Ka_2 = \frac{[H_3O^+][HCOO^-]}{[HCOOH]} = 10^{-pKa_2}$

$\boxed{Ka_2 = 10^{-3,75} = 1,78.10^{-4}}$

b) $Ka_1 > Ka_2$ donc l'acide A_1H (HSO_4^-) est plus fort que l'acide A_2H ($HCOOH$).

3°/a) * $K_{b_1} = \frac{[HSO_4^-].[OH^-]}{[SO_4^{2-}]} = \frac{Ke}{Ka_1}$

* $K_{b_2} = \frac{[HCOOH].[OH^-]}{[HCOO^-]} = \frac{Ke}{Ka_2}$

b°) $K_{b_1} = \frac{10^{-14}}{11,48.10^{-3}} = 8,7.10^{-13}$

$Kb_2 = \frac{10^{-14}}{1,78.10^{-4}} = 0,56.10^{-10}$

$Kb_2 > Kb_1$ donc la base $HCOO^-$ est plus forte que la base SO_4^{2-}

4°/a) $HSO_4^- + HCOO^- \rightleftharpoons HCOOH + SO_4^{2-}$

b) $K = \pi_{éq.dyn} = \frac{[HCOOH][SO_4^{2-}]}{[HSO_4^-][HCOO^-]}$

$= \frac{[SO_4^{2-}].[H_3O^+]}{[HSO_4^-]} \cdot \frac{[HCOOH]}{[H_3O^+][HCOO^-]}$

$K = \frac{Ka_1}{Ka_2} = \frac{11,48.10^{-3}}{0,178.10^{-3}} = 64,5$

5°/ Système (S_1)

$\pi_1 = \frac{[HCOOH].[SO_4^{2-}]}{[HSO_4^-][HCOO^-]} = \frac{10^{-1}.10^{-2}}{10^{-1}.10^{-3}} = 10$

$\pi_1 < K \Rightarrow$ sens direct est possible spontanément.

Système S_2 :

$\pi_2 = \frac{5.10^{-1}.4.10^{-3}}{2.10^{-2}.5.10^{-4}} = 2.10^2 > K$

d'où sens inverse est possible spontanément.

Ex 2 :

1°/ voir tableau :
l'acide le plus fort possède le pKa le plus faible donc :

H_3O^+/H_2O — HSO_4^-/SO_4^{2-} — $CH_2BrCO_2H/CH_2BrCO_2^-$ — H_2O/OH^-

Acidité décroissante

253

2°/ a)

$HSO_4^- + CH_2BrCO_2^- \rightleftharpoons CH_2BrCO_2H + SO_4^{2-}$

$K = \pi_{éq.dy} = \frac{[CH_2BrCO_2H][SO_4^{2-}]}{[HSO_4^-][CH_2BrCO_2^-]}$

b) $K = \frac{Ka_3}{Ka_1} = \frac{10^{-pKa_3}}{10^{-pKa_1}} = 10^{pKa_1 - pKa_3}$

$K = 10^{(2,84-1,94)} = 7,94$

c) L'acide du couple 1 (CH_2BrCO_2H) est plus faible que celui du couple 3 (HSO_4^-) d'où : la base du couple 1 (CH_2BrCOO^-) est plus forte que celle du couple 3 (SO_4^{2-}).

Suite corrigé série 17

Ex 4 :

1°/a) Toute entité chimique chargée ou non capable de capter un ion hydrogène H^+ au cours d'une réaction chimique.

b) * $CH_3NH_3^+$: acide conjugué de la base CH_3NH_2

* $KOH \longrightarrow K^+ + OH^-$

avec K^+ est un ion inerte

et OH^- : base

$\Rightarrow$ son acide conjugué est H_2O.

c°)

Une base B réagit avec l'eau selon :

$$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$$

$\Rightarrow$ le tableau d'avancement volumique :

	B +	H_2O $\rightleftharpoons$	BH^+ +	OH^-
t_i	C	excès	0	0 $mol.L^{-1}$
t_f	$C - Y_f$	excès	Y_f	$10^{(pH-pKe)}$

Rq : on a négligé les ions provenant de l'ionisation propre de l'eau $\Leftrightarrow$ à t_i on a $[OH^-] = 0$.

. $[OH^-] = Y_f = \dfrac{x_f}{V}$

$\Rightarrow$ $\underline{x_f = V.[OH^-] = V.\ 10^{(pH-pKe)}}$

Pour les deux bases on a $pH = 11,8$

d'où $x_{f_1} = x_{f_2} = 10^{-2}\ .\ 10^{(11,8-14)}$

$= \underline{\underline{6,3.10^{-5} mol}}$

2/ a) $x'_{f_1} = V'_1 \cdot 10^{(pH'_1 - pKe)}$

$\underline{\underline{x'_f}} = 10^{-1}\ .\ 10^{(10,8-14)} = \underline{\underline{6,3.10^{-5} mol}}$

et on a : $x'_{f_2} = V_2 \cdot 10^{(pH'_2 - pKe)}$

$= 10^{-1}\ .\ 10^{(11,3-pKe)}$

$x'_{f_2} =$ ...

b) * $x'_{f_1} = x_{f_1}$, donc pour la base OH^- provenant de la dissociation de KOH, l'avancement final de la réaction (1) n'a pas varié par dilution. Ceci s'explique par le fait que OH^- a réagi totalement avec l'eau : il s'agit d'une base forte.

* $x'_{f_2} > x_{f_2}$ $\Rightarrow$ la base CH_3NH_2 n'a pas réagi dans (S_2) totalement avec l'eau : il s'agit d'une base faible.

Remarque :

Plus une base faible (ou acide faible) est diluée, plus son taux d'avancement final augmente.

c°) A même pH, la base la plus forte est celle qui a la concentration la plus faible : $C_1 < C_2$.

Ex 3 :

$m = 29,8g$ de $(NH_4)_3PO_4$

$V = 2L$

1°)a)

$$NH_4^+ + PO_4^{3-} \rightleftharpoons NH_3 + HPO_4^{2-}$$

b) $K = \pi_{éq\,dyn} = \dfrac{[NH_3]_{éq} \cdot [HPO_4^{2-}]_{éq}}{[NH_4^+]_{éq} \cdot [PO_4^{3-}]_{éq}}$

multiplions et divisons par $[OH^-]$

$\Rightarrow K = \dfrac{K_{b_2}}{K_{b_1}} = \dfrac{10^{-pK_{b_2}}}{10^{-pK_{b_1}}}$

$K = 10^{(pK_{b_1} - pK_{b_2})} = 10^{3,2} = 1,58.10^3$

2°)a) $C = \dfrac{n}{V} = \dfrac{m}{M.V}$

$C = \dfrac{29,8}{149 \times 2} = \underline{\underline{0,1 mol.L^{-1}}}$

Corrigé série 17

réaction de dissociation ionique du phosphate d'ammonium ds l'eau symbolisée par l'équation suivante :

$(NH_4)_3PO_4 \longrightarrow 3\,NH_4^+ + PO_4^{3-}$

$\Rightarrow \frac{n}{3}(NH_4^+)_i = n(PO_4^{3-})_i = n(NH_4)_3PO_4$

$= C.V = 0,2\,mol$

$\Leftrightarrow n(NH_4^+)_i = 3CV = 0,6\,mol$

$n(PO_4^{3-})_i = CV = 0,2\,mol$

Tableau descriptif d'évolution du système :

	NH_4^+	$+\ PO_4^{3-}$	$\rightleftharpoons NH_3$	$+\ HPO_4^{2-}$
C_i	$\frac{0,6}{V}$	$\frac{0,2}{V}$	0	0 $mol.L^{-1}$
C_f	$\left(\frac{0,6}{V}-y_f\right)$	$\left(\frac{0,2}{V}-y_f\right)$	y_f	y_f

A l'équilibre on a :

$$K = \pi = \frac{[NH_3]_{éq}.[HPO_4^{2-}]_{éq}}{[NH_4^+]_{éq}.[PO_4^{3-}]_{éq}}$$

255

$$\frac{y_f^2}{\left(\frac{0,6}{V}-y_f\right)\left(\frac{0,2}{V}-y_f\right)} = 1,58.10^3$$

avec $y_f = \frac{x_f}{V} \Rightarrow \frac{x_f^2/V^2}{(0,6-x_f)(0,2-x_f)} = 1,58.10^3$

d'où $1579\,x_f^2 - 1280\,x_f + 192 = 0$

cette équation admet pour solution $x_f \approx 0,2\,mol$

donc :
$[NH_4^+] = \frac{0,6-x_f}{V} = 0,2\,mol\,L^{-1}$

$[NH_3] = [HPO_4^{2-}] = \frac{x_f}{V} = 0,1\,mol\,L^{-1}$

$[PO_4^{3-}] = \frac{0,2-x_f}{V} = 0\,mol.L^{-1}$

Ex5 :

1°) Pour l'acide benzoïque : $[H_3O^+] = 10^{-3,13}\,mol\,L^{-1}$

Pour l'acide éthanoïque : $[H_3O^+] = 10^{-3,4}\,mol\,L^{-1}$

soit $[H_3O^+] < C$ pour les deux cas

$\Rightarrow$ les deux acides sont faibles

2°/a)

$C_6H_5CO_2H + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + C_6H_5CO_2^-$

$CH_3CO_2H + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + CH_3CO_2^-$

b) les couples acide-base sont :

$C_6H_5CO_2H / C_6H_5CO_2^-$ et H_3O^+/H_2O

$CH_3CO_2H / CH_3CO_2^-$ et H_3O^+/H_2O

3°/a) Pour les deux réactions :

$x_m = C.V = 10^{-3}\,mol$

$x_f\,(\text{benzoïque}) = [H_3O^+].V = 7,4.10^{-5}\,mol$

$x_f\,(\text{éthanoïque}) = [H_3O^+].V = 4.10^{-5}\,mol$

b°) $K_a = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[AH]}$

$[H_3O^+] = [A^-] = C.\tau_f$

et $[AH] = C - y_f = C - C.\tau_f$
$= C(1-\tau_f)$

d'où : $K_a = \frac{C^2\tau_f^2}{C(1-\tau_f)} = \frac{C\,\tau_f^2}{1-\tau_f}$

$pK_a = -\log K_a$

application numérique :

pK_a (acide benzoïque) = 4,26

pK_a (acide éthanoïque) = 4,78

3°/c) Dans l'eau, l'acide benzoïque est plus fort que l'acide éthanoïque

car pK_a (acide benzoïque) < pK_a (acide éthanoïque)

. le résultat est prévisible car à concentrations égales la solution d'acide le plus fort a le pH le plus faible.

Ex 6

1°/a) $HCl + H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + Cl^-$

$H_3BO_3 + H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + H_2BO_3^-$

$HCOOH + H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + HCOO^-$

b) A égales concentrations, l'acide le plus fort est celui qui a le pH le plus faible

Comme on a : $pH_1 < pH_3 < pH_2$ alors

HCl est l'acide le plus fort, ensuite HCOOH

et finalement H_3BO_3

$H_3BO_3 \quad HCOOH \quad HCl \longrightarrow$ acidité croissante

c) A mêmes concentrations, l'acide le plus fort possède le taux d'avancement final

τ_f le plus élevé. donc on a :

$\tau_f(HCl) = 1$; $\tau_f(HCOOH) = 1{,}7.10^{-1}$

et $\tau_f(H_3BO_3) = 3{,}4.10^{-4}$

d°) HCl est un acide fort : $\tau_f = 1$

HCOOH et H_3BO_3 : $\tau_f < 1 \Rightarrow$

sont des acides faibles.

2°/ $pH_1 = -\log C \Leftrightarrow C = 10^{-pH_1}$

$\underline{C = 5.10^{-3}\ mol\ L^{-1}}$

256

3°/ $pK_a = 2pH + \log C$

$\Leftrightarrow K_a = \dfrac{10^{-2pH}}{C}$

• $K_a(HCOOH/HCOO^-) = \dfrac{10^{-2pH_3}}{C} = 1{,}26.10^{-4}$

$K_a(H_3BO_3/H_2BO_3^-) = \dfrac{10^{-2pH_2}}{C} = 7{,}96.10^{-10}$