## La suite arithmétique – la suite géométrique:

| | D'une suite arithmétique | D'une suite géométrique |
|---|---|---|
| Définition | $u_{n+1}=u_n+r$ ($r$ est la raison) | $u_{n+1}=q\times u_n$ ($q$ est la raison) |
| Le terme général | $u_n=u_p+(n-p)r$ ($p\le n$) | $u_n=u_p\times q^{n-p}$ ($p\le n$) |
| La somme de termes successifs | $u_p+\ldots+u_n=(n-p+1)\times\left(\frac{u_p+u_n}{2}\right)$ | $u_p+\ldots+u_n=u_p\times\left(\frac{q^{n-p+1}-1}{q-1}\right)$ |
| a et b et c trois termes successifs | $2b=a+c$ | $b^2=a\times c$ |

## La suite majorée – la suite minorée:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n\in I);u_n\le M \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est majorée par $M$
- $(\forall n\in I);u_n\ge m \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est minorée par $m$
- $(u_n)_{n\in I}$ est bornée $\Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ majorée et minorée

## La monotonie d'une suite numérique:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique

- $(\forall n\in I);u_{n+1}\le u_n\,(u_{n+1}\prec u_n) \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est décroissante (strictement décroissante)
- $(\forall n\in I);u_{n+1}\ge u_n\,(u_{n+1}\succ u_n) \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est croissante (strictement croissante)
- $(\forall n\in I);u_{n+1}=u_n \quad \Leftrightarrow (u_n)_{n\in I}$ est constante

## Remarque:

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique dont le premier terme est : $u_p$

- Si $(u_n)_{n\in I}$ est décroissante, alors : $(\forall n\in I);u_n\le u_p$
- Si $(u_n)_{n\in I}$ est croissante, alors : $(\forall n\in I);u_n\ge u_p$

## Limite d'une suite:

### Limite de la suite $\left(n^{\alpha}\right)$ avec $\alpha \in \mathbb{Q}^{*}$ :

| $\alpha \succ 0$ | $\alpha \prec 0$ |
|---|---|
| $\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = +\infty$ | $\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = 0$ |

### Limite de la suite géométrique $\left(q^{n}\right)$ avec $q \in \mathbb{R}$ :

| $q \succ 1$ | $q = 1$ | $-1 \prec q \prec 1$ | $q \leq -1$ |
|---|---|---|---|
| $\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = +\infty$ | $\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = 1$ | $\lim\limits_{n \to +\infty} q^{n} = 0$ | Pas de limite |

## Critères de convergence:

- Toute suite croissante et majorée est une suite convergente
- Toute suite décroissante et minorée est une suite convergente

$$\left.\begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = l \\ \lim\limits_{x \to +\infty} w_n = l \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} |u_n - l| \leq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = l$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = -\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v_n = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} u_n = +\infty$$

## Suite de type $u_{n+1} = f(u_n)$ :

Considérons la suite $(u_n)$ définie par :

$$\begin{cases} u_n = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

Avec $f$ une fonction continue sur un intervalle $I$ tel que $f(I) \subset I$ et $a$ un élément de $I$

Si $(u_n)$ converge, alors sa limite $l$ est la solution de l'équation : $f(x) = x$