

Soit f une fonction, D_f son domaine de définition et \mathcal{C} sa courbe représentative dans

un repère orthogonal. (O, \vec{i}, \vec{j}) . (Notation : ∞ remplace $+\infty$ ou $-\infty$)

Points d'inflexion :

f deux fois dérivable sur I et $x_0 \in I$.

Si $f''(x)$ s'annule en x_0 en changeant de signe alors $A(x_0, f(x_0))$ est un point d'inflexion de \mathcal{C} .

Parité :

● f est paire $\Leftrightarrow \forall x \in D_f$ on a $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$

● f est impaire $\Leftrightarrow \forall x \in D_f$ on a $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

❖ Si f est paire ou impaire, le domaine d'étude est réduit à : $D_f \cap [0, +\infty[$.

❖ Si f est paire alors \mathcal{C} présente une symétrie par rapport à l'axe (O, \vec{j}) .

❖ Si f est impaire alors \mathcal{C} présente une symétrie par rapport à l'origine du repère.

Périodicité :

● f est périodique de période $T \Leftrightarrow \forall x \in D_f$, on a $\begin{cases} x+T \in D_f \\ f(x+T) = f(x) \end{cases}$

❖ Si f est de période T , le domaine d'étude est réduit à un intervalle d'amplitude T contenu dans D_f .

Axe de symétrie :

$\Delta: x = a$ est un axe de symétrie pour $\mathcal{C} \Leftrightarrow \forall x \in D_f$ on a $\begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$

Centre de symétrie :

$A(a, b)$ est un centre de symétrie pour $\mathcal{C} \Leftrightarrow \forall x \in D_f$ on a $\begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = 2b - f(x) \end{cases}$



Branches infinies :

● Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ Alors $\Delta: x = a$ est une asymptote verticale à \mathcal{C} .

● Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ Alors $\Delta: y = a$ est une asymptote horizontale à \mathcal{C} .

● Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ Alors on calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

❖ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

Alors \mathcal{C} admet une branche parabolique de direction celle de (O, \vec{i}) .

❖ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$

Alors \mathcal{C} admet une branche parabolique de direction celle de (O, \vec{j}) .

❖ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$ Alors on calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax]$, ($a \neq 0$)

★ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = b$

Alors $\Delta: y = ax + b$ est une asymptote oblique à \mathcal{C} .

★ Si $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = \infty$

Alors \mathcal{C} admet une branche parabolique de direction $\Delta: y = ax$.

Remarque :

$\Delta: y = ax + b$ est une asymptote à \mathcal{C} au voisinage de $\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$