Transformations du plan complexe

Translations

$t_{\vec{u}}$ désigne la translation de vecteur $\vec{u}$. Pour tous points M et M' du plan, $t_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

$\vec{u}$ est un vecteur d'affixe a. L'expression complexe de la translation de vecteur $\vec{u}$ est

$$z' = z + a.$$

- $t_{\vec{u}}$ est une isométrie du plan ou encore $t_{\vec{u}}$ conserve les distances.
- $t_{\vec{u}}$ conserve les angles orientés.
- $t_{\vec{u}}$ conserve l'alignement.
- Images de figures :

– Soit (D) une droite passant par un point A. L'image de (D) par $t_{\vec{u}}$ est la droite parallèle à (D) passant par $t_{\vec{u}}(A)$.
– L'image du segment $[AB]$ par $t_{\vec{u}}$ est le segment $[t_{\vec{u}}(A)t_{\vec{u}}(B)]$.
– L'image du cercle de centre I et de rayon R par $t_{\vec{u}}$ est le cercle de centre $t_{\vec{u}}(I)$ et de même rayon.

- $t_{\vec{u}}$ conserve le parallélisme et l'orthogonalité.
- $t_{\vec{u}}$ conserve les aires.

Homothéties

h désigne l'homothétie de centre Ω et de rapport k. Pour tous points M et M' du plan, $h(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$.

Ω est un point d'affixe ω et k est un réel. L'expression complexe de l'homothétie de centre Ω et de rapport k est

$$z' = \omega + k(z - \omega).$$

- h multiplie les distances par $|k|$ et les aires par k^2.
- h conserve les angles orientés.
- h conserve l'alignement.
- Images de figures :

– Soit (D) une droite passant par un point A. L'image de (D) par h est la droite parallèle à (D) passant par $h(A)$.
– L'image du segment $[AB]$ par h est le segment $[h(A)h(B)]$.
– L'image du cercle de centre I et de rayon R par h est le cercle de centre $h(I)$ et de rayon $|k|R$.

- h conserve le parallélisme et l'orthogonalité.

Rotations

r désigne la rotation de centre Ω et d'angle θ. On a $r(\Omega) = \Omega$ et pour tous points M et M' du plan distincts de Ω, $r(M) = M' \Leftrightarrow \Omega M' = \Omega M$ et $\left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}\right) = \theta\ (2\pi)$.

Ω est un point d'affixe ω et θ est un réel. L'expression complexe de la rotation de centre Ω et d'angle θ est

$$z' = \omega + e^{i\theta}(z - \omega).$$

r désigne la rotation de centre Ω et d'angle θ.

- r est une isométrie.
- r conserve les angles orientés.
- r conserve l'alignement.
- Images de figures :

– A et B sont deux points. L'image de (AB) par r est la droite $(r(A)r(B))$.
– L'image du segment $[AB]$ par r est le segment $[r(A)r(B)]$.
– L'image du cercle de centre I et de rayon R par r est le cercle de centre $r(I)$ et de même rayon.

- r conserve les aires.
- r conserve le parallélisme et l'orthogonalité.