Fiche de cours — 4ème Maths

Fonctions réciproque

Théorème :
Soit f une fonction strictement monotone sur un intervalle I. On a alors les propriétés suivantes :
(*) la fonction f est une bijection de I sur f(I)
(*)La fonction f^{-1} est une bijection de f(I) sur I et on a : $(x\in I\ ,\ y = f(x)) \Leftrightarrow (y\in f(I)\ ,\ x = f^{-1}(y))$
(*)La fonction f^{-1} est strictement monotone sur f(I) et a la même sens de variations que f .
(*) Les courbes représentatives de f et f^{-1}, dans un repère orthonormé, sont symétriques par rapport à la première bissectrice du repère (y = x)
Si est du plus f est continue sur I alors f^{-1} est continue sur f(I)
Si est du plus f est dérivable sur I et $f'(x)\neq 0$ pour tout x de I alors : $(f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}$ pour tout x de f(I)

Exemple :Soit $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+1}$.
Montrer que f réalise une bijection de $I = \left]-\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ sur un intervalle J qu'l'on précisera.

Correction
Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .
On a $\forall x\in I$: $f'(x) = \dfrac{-1}{(2x-1)^2} < 0$ alors f est strictement décroissante et continue sur I alors f réalise une bijection de I sur $J = f(I) = \left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x);\ \lim\limits_{x\to(-0,5)^+} f(x)\right[= \left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$
Pour tout $x\in J$: $y = f^{-1}(x)$ équivaut à $x = f(y)$ et $y\in I$
équivaut à $x = \dfrac{y+1}{2y+1}$ et $y\in I$ équivaut à : $2xy + x = y + 1$ et $y\in I$ équivaut à $y = \dfrac{1-x}{2x-1}$ et $y\in I$
alors pour tout x de J : $f^{-1}(x) = \dfrac{1-x}{2x-1}$

Théorème
La fonction réciproque de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f(x) = x^n$ ($n\geq 2$) est appelée fonction racine $n^{ième}$.
Pour toit x de $\mathbb{R}_+$, le réel $f^{-1}(x)$ est noté $\sqrt[n]{x}$.(lire racine $n^{ième}$ de x)
$f^{-1}(x) = \sqrt[n]{x}$
(*) f^{-1} est définie , continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$. elle est bijective de $\mathbb{R}_+$ sur $\mathbb{R}_+$
(*)Pour tout réel x de $\mathbb{R}_+$, on a $\sqrt[n]{x^n} = x$ et $\left(\sqrt[n]{x}\right)^n = x$
(*) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[n]{x} = +\infty$
(*) $x\mapsto\sqrt[n]{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+$ est sa fonction dérivée est : $x\mapsto\dfrac{1}{n\left(\sqrt[n]{x^{n-1}}\right)}$

Exemple : Soit $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$
1°)Montrer que f est continue sur l'intervalle $I = [2,+\infty[$
2°)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
3°)Montrer que est strictement croissante sur I .

Correction :
1°)La fonction : $g : x\mapsto x-2$ est continue et positif sur I
La fonction : $x\mapsto\sqrt[3]{x}$ est continue sur $\mathbb{R}_+\supset g(I)$

Alors la fonction f est continue sur I car f est comme composée de fonction continues.

2°)on a : $\lim_{x\to+\infty}(x-2)=+\infty$ et on a : $\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x}=+\infty$ donc d'après le théorème sur la limite d'une fonction composée on a : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

3°)Soit a et b deux élément de I tel que $a<b$.

On a : $a<b \Rightarrow a-2<b-2 \Rightarrow \sqrt[3]{a-2}<\sqrt[3]{b-2} \Rightarrow f(a)<f(b)$.Alors est strictement croissante sur I .

Résolution d'équation : $x^n = a$

Soit a un réel et n un entier supérieur ou égale à 2 .

Si n est impair et $a\geq 0$, l'équation $x^n=a$ admet une unique solution : $\sqrt[n]{a}$

Si n est impair et $a<0$, l'équation $x^n=a$ admet une unique solution : $-\sqrt[n]{-a}$

Si n est pair et $a\geq 0$, l'équation $x^n=a$ admet comme solutions : $-\sqrt[n]{a}$ et $\sqrt[n]{a}$

Si n est pair et $a<0$, l'équation $x^n=a$ n'admet aucune solution .

Théorème

Pour x et y $\in \mathbb{R}_+$, n et p deux entiers vérifiant : $n\geq 2$ et $p\geq 2$ on a :

$$\sqrt[n]{x^p}=\left(\sqrt[n]{x}\right)^p \quad ; \quad \sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}=\sqrt[np]{x} \quad ; \quad \sqrt[np]{x^p}=\sqrt[n]{x} \quad ; \quad \sqrt[n]{xy}=\sqrt[n]{x}\times\sqrt[n]{y} \quad ; \quad \sqrt[n]{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} \quad (y>0)$$

Théorème

Soit u une fonction dérivable et positive sur un intervalle I et un entier $n\geq 2$.

La fonction $f : x\mapsto\sqrt[n]{u(x)}$ est continue sur I et dérivable en tout réel x de I tel que $u(x)\neq 0$

Et on a , $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{n\left(\sqrt[n]{u(x)^{n-1}}\right)}$ pour tout x de I tel que $u(x)\neq 0$

BAC MATHS

2009/2010

Cours et 283 exercices

Elaboré par : ALI AKIR

Donne des cours particuliers en mathématiques pour tous les niveaux

Plus d'informations : Contacter à
GSM : 24 96 24 30
Email : akir.cm@gmail.com
Site Web : http://maths-akir.midiblogs.com/

EXERCICE N°1

On pose pour a réel strictement positif la fonction f_a définie sur $[0,a]$ par :

Pour tout $x \in [0,a]$, $f_a(x) = \dfrac{a-x}{a(a+x)}$.

1°) Montrer que f_a réalise une bijection de $[0;a]$ sur $[0;\frac{1}{a}]$. On note f_a^{-1} sa bijection réciproque.

2°) Donner le tableau des variations de f_a^{-1} en précisant les valeurs aux bornes.

3°) Montrer que $f_a^{-1} = f_{\frac{1}{a}}$.

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{4x^2+x} + 2x + 1$

1°)Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur $[0,+\infty[$

2°)Montrer que f est une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

3°)Sur quel ensemble f^{-1} est-elle continue ?

4°)Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$

5°)Montrer que l'équation $f(x) = x+2$ admet une solution unique $\alpha \in \left]\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right[$

EXERCICE N°3

Soit $f : x \mapsto f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$.

1°)Déterminer le domaine de définition D_f de f.

2°)Etudier la dérivabilité de f sur D_f .

3°)Montrer que f est une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera

4°) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$

EXERCICE N°4

Soit $f : x \mapsto f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1°) Etudier la dérivabilité de f sur R.

2°) Montrer que f est une bijection de R sur un intervalle J que l'on précisera

3°) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$

4°)Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et calculer $(f^{-1})'(1)$.

EXERCICE N°5

On considère la fonction f définie sur $[-1,1]-\{0\}$ par : $f(x) = 1 + \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

On note par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé R .

Partir A

1°)Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ et interpréter les résultats obtenus

2°)Etudier la dérivabilité de f en point d'abscisse x=1 et interpréter le résultat obtenu.

3°) Etudier la dérivabilité de f en point d'abscisse x=-1 et interpréter le résultat obtenu.

4°)Montrer que : $\forall x \in]-1,1[-\{0\} : f'(x) = \dfrac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$

5°)Dresser le tableau de variation de la fonction f .

6°)Montrer que f réalise une bijection de $]0,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera .

7°)Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .
8°) Représenter dans le même repère R la courbe C et C′ de f^{-1} .

Partie B

Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = f(\cos x)$

1°) Montrer que pour tout x de : $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, $g(x) = 1 + \tan(x)$

2°)Etudier le sens de variation de la fonction g .

3°) Montrer que l'équation : $g(x) = x$ admet une unique solution α dans $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ et vérifier que :

$0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$

5°) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle K qu'l'on précisera

6°)Montrer que g^{-1} est dérivable sur K et $\forall x \in K$: $\left(g^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$

EXERCICE N°6

Soit la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$
1°)Montrer que f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et calculer $f'(x)$.
2°)Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter le résultat obtenu.
3°)Dresser le tableau de variation de f .
4°)Montrer que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera .

5°)Montrer que pour tout x de J : $f^{-1}(x) = \frac{1+x^2}{2x}$

6°)On désigne par C et C′ les courbe respectives de f et f^{-1} dans même repère orthonormé .
montrer que la droite D : y = 2x est une asymptote oblique à C.
7°)Tracer C et C′ .

8°)Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos(x)}\right)$

a) Montrer que pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, $g(x) = \frac{1+\sin(x)}{\cos(x)}$

b) Montrer que g réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle K qu l'on précisera .

c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur K et pour tout x de K : $\left(g^{-1}\right)'(x) = \frac{2}{1+x^2}$

EXERCICE N°7

Soit $f : R \to R \; ; x \mapsto \begin{cases} x^3 + 12x + 1 & \text{si} \quad x \in]-\infty,0] \\ \sqrt{1+x^2} - x & \text{si} \quad x \in]0,+\infty[\end{cases}$

1°)Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2°)Etudier la continuité de f sur D_f
3°)Etudier la dérivabilité de f en o .
4°)Calculer $f'(x)$ puis dresser la tableau de variation de f .
5°)Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]-\infty,0]$ une solution unique α .

Vérifier que $\alpha \in \left]\frac{-1}{12},0\right[$

6°)Soit g la restriction de f sur $]0,+\infty[$.
a) Montrer que g réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on precisera
b) Soit g^{-1} la fonction réciproque de g .

i) Etudier la continuité et la dérivabilité de g^{-1} sur J

ii) Expliciter $g^{-1}(x)$; pour tout x de J .

EXERCICE N°8

Soit $f : x \mapsto \begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} & \text{si} \quad x > 0 \\ f(x) = \dfrac{1}{2}\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) & \text{si} \quad -\dfrac{\pi}{4} \le x \le 0 \end{cases}$

1°) Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur sa domaine de définition.

2°)Soit g la restriction de f à $\left[-\dfrac{\pi}{4},0\right]$.

a- Montrer que g est une bijection de $\left[-\dfrac{\pi}{4},0\right]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b- Déterminer le domine de dérivabilité de g^{-1}, puis expliciter $(g^{-1})'(x)$

3°)a-Monter que l'équation $g(x)+x=0$ admet une solution unique $\alpha \in \left]-\dfrac{\pi}{4},0\right[$

b-En déduire que le point $I(-\alpha,\alpha) \in (\zeta g^{-1}) \cap D$ où (ζg^{-1}) est la courbe représentative de g^{-1} dans un repère orthonormé et D est la droite dont une équation cartésienne est : y = -x .

EXERCICE N°9

Soit f la fonction définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x) = \tan x$.

1°)Montrer que f réalise une bijection de $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ sur R.

2°)Soit h la fonction réciproque de f. Montrer que h est dérivable sur R et calculer $h'(x)$ pour tout $x \in R$

3°)Soit φ la fonction définie sur $[0,1[$ par : $\varphi(x) = h\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$.

a- Montrer que φ est dérivable sur $[0,1[$ et calculer $\varphi'(x)$ pour tout $x \in [0,1[$.

b- En déduire que : $\forall x \in [0,1[,\ \varphi(x) = \dfrac{\pi}{4} + h(x)$.

4°)Soit g la fonction définie sur $[0,1[$ par : $g(x) = h\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right) - (1+2x)h(x)$.

a- Montrer que g est deux fois dérivable sur $[0,1[$ et calculer $g'(x)$ et $g''(x)$.

b- Etudier les variations de g' sur $[0,1[$ puis en déduire celles de g .

c- En déduire qu'il existe un unique réel $c \in]0,1[$ tel que $c = \tan\dfrac{\pi}{8c}$

5°)a-Montrer que l'équation : $h(2-x) = 2h(x)$ admet au moins une solution $\alpha \in R$

b-Montrer que α vérifier : $\alpha^3 - \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$

EXERCICE N°10

Soit $f : x \mapsto \dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1}$

1°)Déterminer le domaine de définition D_f de f.

2°)Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur D_f .

3°)Montrer que f admet un prolongement par continuité en 0, définir ce prolongement.

EXERCICE N°11

Soit f la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$ par : $f(x)=\sqrt[3]{2\cos x-1}$

1°)Etudier le dérivabilité de f sur $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$.

2°)Montrer que f est une bijection de de $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$ sur $[0,1]$.

3°)Soit f^{-1} la réciproque de f, calculer $\left(f^{-1}\right)'\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}-1}\right)$

4°)Préciser le domine K de la dérivabilité de f^{-1}.

5°)Déterminer l'expression de $\left(f^{-1}\right)'(x)$ pour tout x de K.

EXERCICE N°12

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=x+\sqrt[3]{x}$.

1°)Soit $x\in\,]0,+\infty[$. Montrer que pour tout $\beta\in[x,x+1]$ on a : $\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{(x+1)^2}}+1\leq f'(\beta)\leq\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}}+1$

2°)En déduire que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$ on a : $\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{(x+1)^2}}+1\leq f'(\beta)\leq\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}}+1$

3°)En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}\right)$

EXERCICE N°12

Soit f : R $\to$R ; x $\mapsto$ f(x)= $\begin{cases} x^3 & \text{si } x\leq 0\\ 2x^2 & \text{si } 0<x<\frac{1}{2}\\ x+\sqrt{2x-1} & \text{si } x\geq\frac{1}{2}\end{cases}$

1°)Etudier la continuité de f sur R

2°)Montrer que f réalise une bijection de R sur R.

3°)Etablire que : $f^{-1}(x)=\begin{cases} -\sqrt[3]{-x} & \text{si } x\leq 0\\ \sqrt{\dfrac{x}{2}} & \text{si } 0<x<\dfrac{1}{2}\\ x+1-\sqrt{2x} & \text{si } x\geq\dfrac{1}{2}\end{cases}$

EXERCICE N°13

Soit f la fonction définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $f(x)=\dfrac{1}{\sin(x)}$

1°)Etudier les variations de f.

2°)Montrer que f est une bijection de $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle I que l'on déterminera .

3°)On désigne par g la fonction réciproque de f. Calculer : g(1) , g($\sqrt{2}$) et g(2).

4°)Montrer que g est dérivable sur I et que : $\forall x\in I$: $g'(x)=\dfrac{-1}{x\sqrt{1+x^2}}$

5°)Soit h la fonction numérique définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $h(x)=f(x)+\dfrac{1}{4}$

Montrer que l'équation h(x) = x admet une solution unique x_0 telle que : $\dfrac{\pi}{3}<x_0<\dfrac{\pi}{2}$.

EXERCICE N°13

Partie I : On considère la fonction g définie sur $[0,1[$ par : $g(x)=\sqrt{\dfrac{2x}{1-x^2}}$.

1°)Montrer que g n'est pas dérivable à droite en 0.

2°)Etudier les variations de g et en déduire que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle I que l'on déterminera.

3°)Expliciter $g^{-1}(x)$ pour $x\in I$

4°)Vérifier que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$: $g\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)=\sqrt{\tan x}$.

Partie II : On considère la fonction f définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=2\sqrt{\tan x}-1$

1°)Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2°)Dresser le tableau de variations de f et en déduire que f est une bijection de $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

3°)Montrer que pour tout x de $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$: $f'(x)>1$.

4°)Montrer que l'équation f(x) = x admet dans $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ une solution unique α et vérifier que $\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right[$

5°)En déduire le signe de : f(x) – x

6°) On considère la suite u définie sur N par $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f^{-1}(u_n)\end{cases}$

- a- Montrer que pour tout n de N : $u_n\geq\alpha$
- b- Montrer que la suite u est décroissante.
- c- En déduire que u est convergente et donner sa limite.

Partie III : On considère la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $\varphi(x)=\sqrt{\tan x}$

1°)Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J' que l'on déterminera.

2°)Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$ on a : $\left(\varphi^{-1}\right)'(x)=\dfrac{2x}{1+x^4}$

3°)Calculer $\varphi^{-1}(1)$ et montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$: $\varphi^{-1}(x)+\varphi^{-1}\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

EXERCICE N°14

Partie I : Soit la fonction f définie sur $]-1,1[$ par : $f(x)=-1+\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1°)Etudier les variations de f.

2°)Montrer que l'équation f(x) = x admet dans $]-1,1[$ un solution unique α et que $\alpha>\dfrac{4}{5}$

3°)En déduire le signe de f(x) – x .

4°)Montrer que f réalise une bijection de $]-1,1[$ sur R.

5°)Montrer que , pour tout x de R on a : $f^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{1+(x+1)^2}}$

Partie II : Soit la suite u définie sur N par $\begin{cases} u_0\in[0,\alpha] \\ u_{n+1}=f^{-1}(u_n)\end{cases}$

1°)a-Montrer que , pour tout n de N, $0\leq u_n\leq\alpha$.

b-Montrer que la suite u est croissante.
c-En déduire que u est convergente et calculer sa limite.

2°)Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}_+$ on a : $\left|\left(f^{-1}\right)'(x)\right| \le \frac{1}{2\sqrt{2}}$

3°)Montrer que pour tout n de N on a : $|u_{n+1} - \alpha| \le \frac{1}{2\sqrt{2}}|u_n - \alpha|$.

4°)En déduire que pour tout n de N on a : $|u_n - \alpha| \le \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^n |u_0 - \alpha|$. Retrouver $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

Partie III : Soit la fonction h définie sur $]-1,1[$ par : $h(x) = f\left(-\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)$.

1°)Montrer que pour tout x de $]-1,1[$: $h(x) = -1 - \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

2°)Montrer que h établit une bijection de $]-1,1[$ sur R.

3°)Montrer que h^{-1} est dérivable sur R et que $\left(h^{-1}\right)'(x) = \frac{-2}{\pi(1+(x+1)^2)}$

4°)Soit pour tout x de R* la fonction H tel que : $H(x) = h^{-1}(x-1) + h^{-1}\left(\frac{1}{x} - 1\right)$.

a- Montrer que H est dérivable sur R et déterminer $H'(x)$.

b- Calculer $H\left(\frac{1}{2}\right)$ et $H\left(-\frac{1}{2}\right)$. En déduire que : $\begin{cases} H(x) = -1 & \text{si } x > 0 \\ H(x) = 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

5°)Pour tout n de N on a : $v_n = \sum_{k=1}^{n}\left(h^{-1}\left(\frac{1}{k}\right) + h^{-1}\left(-\frac{1}{k}\right)\right)$ et $w_n = \frac{v_n}{n}$.

a- Donner la valeur de $H\left(1+\frac{1}{k}\right)$. En déduire que : $\forall k \in \mathbb{N}^*$: $h^{-1}\left(\frac{1}{k}\right) + h^{-1}\left(-\frac{1}{k+1}\right) = -1$

b- Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $v_n = -n - h^{-1}\left(-\frac{1}{n+1}\right)$. En déduire que la suite w est convergente et donner sa limite.