



Logarithme népérien :

La fonction logarithme népérien est la primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.

$\ln(1) = 0$, $\ln(e) = 1$ et $\ln'(x) = \frac{1}{x}$

Pour tout réels $x > 0$ et $y > 0$ et $n \in \mathbb{Z}$

$\ln(xy) = \ln x + \ln y$

$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$

$\ln(x^n) = n \ln x$

La fonction logarithme népérien est

continue et dérivable sur $]0, +\infty[$

📎 La fonction $x \mapsto \ln x$ est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

Limites :

$n \in \mathbb{N}$

1 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$

3 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$

4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

5 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$

6 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$

7 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

Signe :

x	0	1	$+\infty$
$\ln x$		0	
		$-$	$+$

Equations et Inéquation :



$$\ln a = \ln b \quad \text{sig} \quad a = b$$



$$\ln a > \ln b \quad \text{sig} \quad a > b$$



$$\ln(u(x)) = \ln(v(x)) \quad \text{sig} \quad \begin{cases} u(x) > 0 \text{ et } v(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$$



$$\ln(u(x)) \gg \ln(v(x)) \quad \text{sig} \quad \begin{cases} u(x) > 0 \text{ et } v(x) > 0 \\ u(x) \gg v(x) \end{cases}$$

Fonction de type $x \mapsto \ln|u(x)|$:



Si u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I , alors la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(u(x)) \text{ est dérivable sur } I$$

et on a: $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I telle que $\forall x \in I, u(x) \neq 0$ alors les primitives de la fonction $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ sont les fonctions définies sur I par:

$$F(x) = \ln(|u(x)|) + k \quad ; k \in \mathbb{R}$$

Courbe :

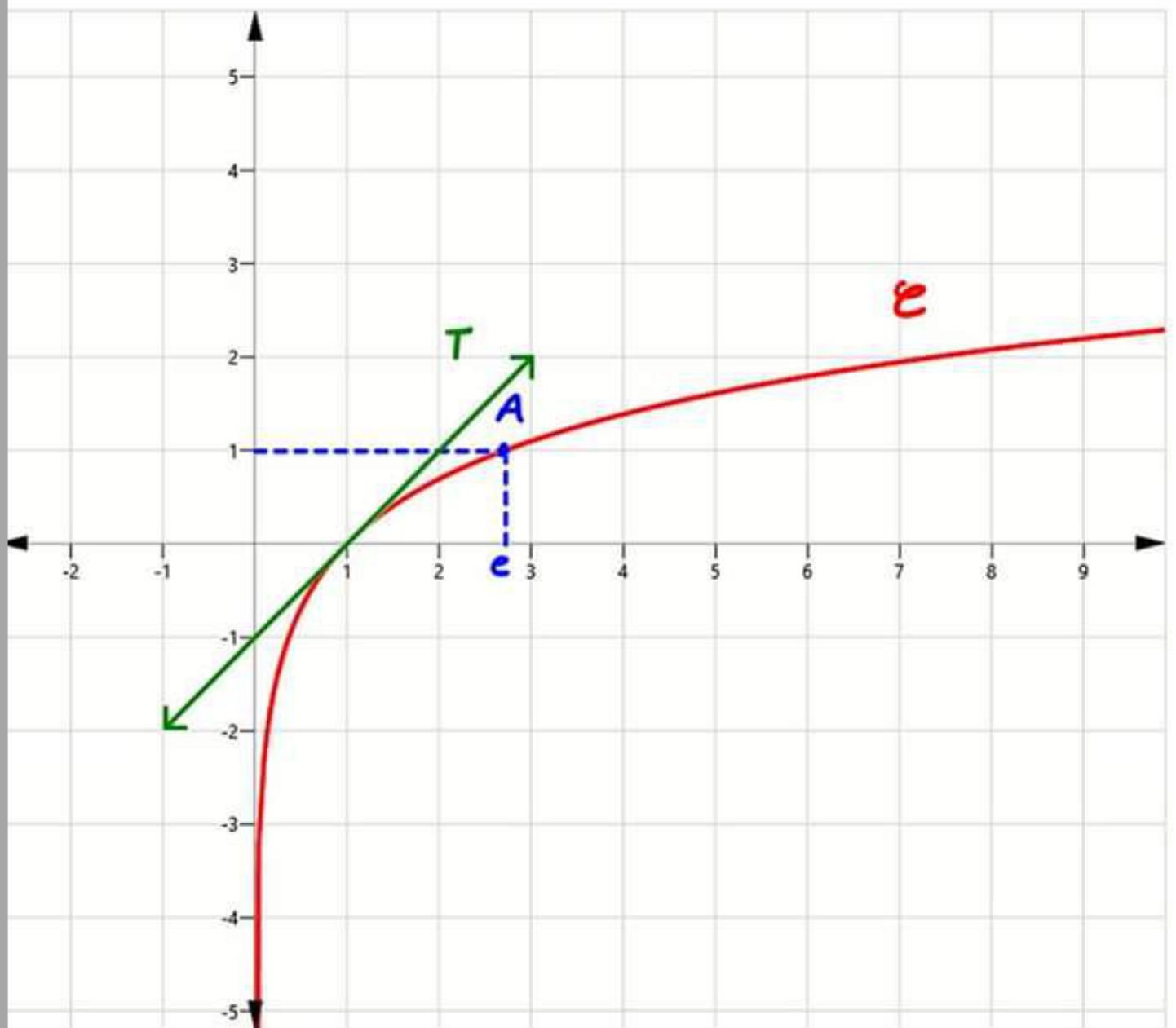
On désigne par \mathcal{C} la courbe de la fonction $x \mapsto \ln x$

L'axe des ordonnées est une asymptote à \mathcal{C}

\mathcal{C} possède une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au

voisinage de $(+\infty)$

5 $T: y = x + 1$ est la tangente à \mathcal{E}
au point d'abscisse 1.



ATTENTION



Ne pas croire que $\ln(a \cdot b)$ et $\ln a + \ln b$ ont le même ensemble de définition : $\ln(ab)$ est définie lorsque $ab > 0$ tandis que $\ln a + \ln b$ n'est définie que lorsque $a > 0$ et $b > 0$.



Ne pas oublier de déterminer le domaine d'existence avant de plonger dans la résolution d'une équation ou inéquation.



Ne pas oublier de changer le sens d'une inégalité lorsqu'on multiplie ou on divise ses deux membres par $\ln a$ lorsque $a < 1$.