Les équations différentielles

L'équation différentielle	La solution générale de L'équation différentielle
$y' = ay + b$	$y(x) = \alpha e^{ax} - \dfrac{b}{a}$ $a \in \mathbb{R}^2$

L'équation différentielle	L'équation caractéristique	L'équation caractéristique admet :		La solution générale de L'équation différentielle
$y'' + ay' + by = 0$	$r^2 + ar + b = 0$ $(\Delta = b^2 - 4ac)$	$\Delta \succ 0$	Deux différentes solutions réelles r_1 et r_2	$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x}$ $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$
		$\Delta = 0$	Une solution réelle r	$y(x) = (\alpha x + \beta)e^{rx}$ $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$
		$\Delta \prec 0$	Deux solutions complexes conjuguées $r_1 = p - iq$ et $r_2 = p + iq$	$y(x) = (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))e^{px}$ $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$

Dans ce chapitre du cours, l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

Formule analytique du : produit scalaire-norme d'un vecteur-produit vectoriel:

Soit $\vec{u}(a;b;c)$ et $\vec{v}(a';b';c')$ deux vecteurs de $\mathcal{V}^3$ (l'espace vectoriel)

$\vec{u}\vec{v} = aa' + bb' + cc'$ (Produit scalaire)

$\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (norme d'un vecteur)

$$\vec{u}\wedge\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & a & a' \\ \vec{j} & b & b' \\ \vec{k} & c & c' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & b' \\ c & c' \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} a & a' \\ c & c' \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}\vec{k}$$ (Produit vectoriel)

La distance:

La distance entre deux points A et B est égale à :

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

La distance entre un point M et un plan (P) d'équation cartésienne : $ax + by + cz + d = 0$ est :

$$d(M;(P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

La distance entre un point M et une droite $\Delta(A;\vec{u})$ est : $d(M;(\Delta)) = \dfrac{\|\overrightarrow{AM}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$

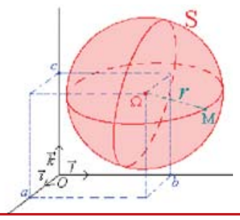
Equation d'un plan:

$(P): ax + by + cz + d = 0 \Leftrightarrow \vec{n}(a;b;c)$ est un vecteur normal au plan (P)

Si A, B et C sont trois points non alignés, alors $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (ABC), et dans ce cas on peut déduire l'équation cartésienne du plan (ABC) à l'aide de l'équivalence suivante : $M \in (ABC) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right) = 0$

Equation d'une sphère:

L'équation d'une sphère (S) de centre $\Omega(a;b;c)$ et de rayon r est : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$



L'équation d'une sphère (S) dont l'un de ces diamètres est $[AB]$ peut se déterminer à l'aide de l'équivalence suivante : $M \in (S) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$

Remarque: dans ce cas la sphère (S) est de centre Ω milieu du segment $[AB]$ et de rayon $r = \dfrac{AB}{2}$