

1 Dans le graphique ci-contre :

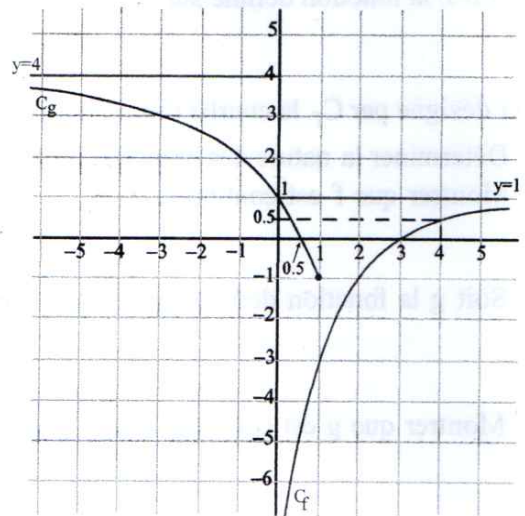
C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]0, +\infty[$.

La droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à C_f au voisinage de $+\infty$.

La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à C_f .

C_g est la courbe représentative d'une fonction g définie sur $]-\infty, 1]$.

La droite d'équation $y = 4$ est une asymptote horizontale à C_g au voisinage de $-\infty$.



① Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et le sens de variation de f .

② Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et le sens de variation de g .

③ Soit h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $\begin{cases} h(x) = g \circ f(x) & \text{si } x \in]0, +\infty[\\ h(0) = 4. \end{cases}$

a) Déterminer $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

b) Montrer que h est continue sur $]0, +\infty[$.

c) Montrer que h est décroissante sur $]0, +\infty[$.

d) Tracer, dans un repère orthonormé, une allure de la courbe représentative C_h de h et préciser son point d'intersection avec l'axe des abscisses

2 Dans le graphique ci-contre:

• C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

• D est une asymptote oblique à C_f .

• C_f admet une branche parabolique de direction Δ .

① a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$.

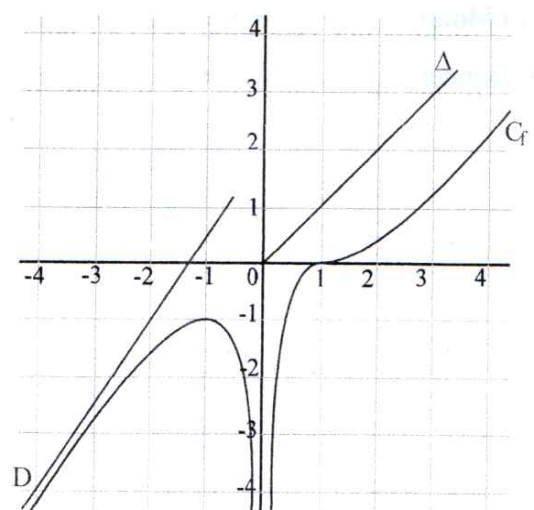
b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \frac{3}{2}x$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f \circ f(x) - \frac{3}{2}f(x)$.

c) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]^2 \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{f(x)} \right) \right)$.

② Soit g la fonction $g : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ et $h = f \circ g$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de h .

b) h est-elle prolongeable par continuité en 0?



3 Montrer dans chaque cas que f est continue sur l'intervalle I donné.

① $f : x \mapsto \cos \left(\frac{\pi x}{x^2 - 1} \right)$ $I =]1, +\infty[$ ② $f : x \mapsto \cos \left(\frac{\pi}{x} \right)$ $I =]0, +\infty[$.