CHABCHOUB Taïeb
D: 74 292 291 - B: 74 402 788
P: 98 251 593 - 20 251 593

* Ex1) Soit $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_1) : $z^2 - 2(1+i\cos\theta)z + 2i\cos\theta = 0$

2°) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_2) :

(E_2) : $z^3 - (3+2i\cos\theta)z^2 + 2(1+2i\cos\theta)z - 2i\cos\theta = 0$

a) Montrer que l'équation (E_2) admet une seule solution réelle que l'on déterminera

b) Résoudre alors l'équation (E_2)

c) Ecrire les solutions de l'équation (E_1) sous forme exponentielle.

3°) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A, M_1 et M_2 d'affixes respectives :

1, $z_1 = 1 + ie^{i\theta}$, $z_2 = 1 + ie^{-i\theta}$

a) Montrer que le triangle AM_1M_2 est isocèle de sommet principal A

b) Calculer l'affixe du point I milieu de $[M_1M_2]$

Déterminer alors l'ensemble des points I lorsque θ varie dans $]0, \frac{\pi}{2}[$

d) Montrer que M_1 et M_2 sont symétriques par rapport à la droite Δ d'équation $x = 1$

e) Déterminer l'ensemble (F_1) des points M_1 lorsque θ varie dans $]0, \frac{\pi}{2}[$

En déduire l'ensemble (F_2) des points M_2 lorsque θ varie dans $]0, \frac{\pi}{2}[$

f) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{M_1M_2}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont colinéaires

g) Déterminer θ pour que OAM_2M_1 soit un losange.

* Ex2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soit $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :

(E_1) : $z^2 - 2ie^{i\theta}z + 4(-1+i)e^{i2\theta} = 0$

1°) a) Déterminer les racines carrées de $3 - 4i$

b) Résoudre l'équation (E)

2°) On considère les points M' et M'' d'affixes respectives $z' = 2e^{i\theta}$ et $z'' = 2(-1+i)e^{i\theta}$

Soit N le point image du point M' par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a) Déterminer l'affixe du point N

b) Déterminer l'ensemble (F) décrit par le point M' lorsque θ décrit $]0, \frac{\pi}{2}[$

c) Montrer que le quadrilatère $OM'NM''$ est un parallélogramme

d) Déduire une construction du point M'' connaissant le point M' de (F)

3°) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_2) : $(1-\sqrt{2}z)^3 = 2(-1+i)e^{i\theta}z^3$

a) Soit $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Montrer que : $\frac{1-\sqrt{2}z}{z} = \sqrt{2}e^{i\alpha} \iff z = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(1 - i\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$

b) Résoudre l'équation (E_2)