CHABCHOUB Taïeb
D: 74 292 291 - B: 74 402 788
P: 98 251 593 - 20 251 593

Série N° 1 — 4° Math (11 – 12)

Ex 1) Soit le nombre Complexe u tel que $\begin{cases} u \neq 1 \\ |u| = 1 \end{cases}$

1°) Montrer que le Complexe $Z_1 = \dfrac{1+u}{1-u}$ est imaginaire

2°) Montrer que pour tout Complexe z on a $Z_2 = \dfrac{z - u\bar{z}}{1-u}$ réel

Ex 2) Soit x, y et z trois nombres Complexes de module 1

démontrer la relation $|x+y+z| = |xy + yz + zx|$

Ex 3) Soit a, b et c trois Complexes distincts non nuls. On pose

$p = \dfrac{|a|}{a}$, $q = \dfrac{|b|}{b}$, $r = \dfrac{|c|}{c}$

Montrer que si $p+q+r = 0$ on a :

Pour tout Complexe z de $\mathbb{C}$: $|z-a| + |z-b| + |z-c| \geq |a| + |b| + |c|$

Ex 4) Calculer $(1+i)^8$. En déduire que :

$$\begin{cases} C_8^0 - C_8^2 + C_8^4 - C_8^6 + C_8^8 = 16 \\ C_8^1 - C_8^3 + C_8^5 - C_8^7 = 0 \end{cases}$$

Ex 5) Démontrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on a :

$$1 + 2i + 3i^2 + \dots + n\, i^{(n-1)} = \frac{-(n+1)\, i^{n+1} - n\, i^n + i}{2}$$

En déduire que pour tout $K \in \mathbb{N}^*$ on a :

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (2K+1)(-1)^K = (K+1)(-1)^K$$

$$2 - 4 + 6 - \dots + (2K)(-1)^{K-1} = \frac{1 - (2K+1)(-1)^K}{2}$$

Ex 6) Le plan Complexe est muni d'un repère Orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On pose $Z = \dfrac{z + 2 - 3i}{z - 4 + 5i}$ avec $z \neq 4 - 5i$

1°) Déterminer et représenter l'ensemble E des points M d'affixe z tel que Z soit réel

2°) Déterminer et représenter l'ensemble F des points M d'affixe z tel que Z soit imaginaire

4°) Déterminer et représenter l'ensemble G des points M d'affixe z tel que $|Z| = 1$

5°) Déterminer et représenter l'ensemble H des points M d'affixe z tel que $|Z| = 2$

Ex 7) Dans le plan Complexe $\mathcal{P}$ On considère trois points distincts A, B et C d'affixes respectives a, b et c

1°) Montrer que les points A, B et C sont alignés si et seulement si :

$$a(\bar{b} - \bar{c}) + b(\bar{c} - \bar{a}) + c(\bar{a} - \bar{b}) = 0$$

2°) On suppose dans cette question que $|a| = |b| = 1$

Soit M point du plan Complexe $\mathcal{P}$ d'affixe z

Déduire que : M appartient à la droite (AB) si et seulement si :

$$z + ab\bar{z} - a - b = 0$$