CHABCHOUB Taïeb
D: 74 292 291 - B: 74 402 788
P: 98 251 593 - 20 251 593

*** Ex 1)** Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z dans les cas suivants :

a) $|z-3+2i| = |\bar{z}+2-i|$

b) $|(1-i)z+1+i| = 2|\sqrt{3}-3i|$

c) $\left|\dfrac{5iz-10}{\bar{z}+1-i}\right| = |-3+4i|$ avec $z \neq -1-i$

d) $|z-1+2i| > |z+3-i|$

*** Ex 2)** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1°) Déterminer l'ensemble D des points M d'affixe z tel que :

$$\left|\frac{3(1+i)z-6}{\bar{z}-2-i}\right| = |4-\sqrt{2}\,i| \quad \text{avec } z \neq 2-i$$

2°) Montrer que les points images des solutions de l'équation (E) :

$$3(1+i)(z-1+i)^3 = (4-\sqrt{2}\,i)(\bar{z}-2-i)^3$$

appartiennent à une même droite que l'on précisera

*** Ex 3)** On considère dans le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$ les points A d'affixe 1 et B d'affixe -1

Soit f l'application de $\mathcal{P}$ privé de A dans $\mathcal{P}$ $\quad f : \mathcal{P}\setminus\{A\} \longrightarrow \mathcal{P}$

$$M(z) \longrightarrow M'(z') \,/\, z' = \frac{z-1}{\bar{z}-1}$$

1°) Déterminer l'ensemble des points M antécédents du point B

2°) Calculer $|z'|$. En déduire l'ensemble des points M' lorsque M varie dans $\mathcal{P}\setminus\{A\}$

3°) On pose $k = \dfrac{z'+1}{z-1}$

a) Montrer que $k = \dfrac{z+\bar{z}-2}{(z-1)(\bar{z}-1)}$ et que k est réel

b) Prouver que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont colinéaires

4°) En déduire une construction du points M' connaissant le point M

*** Ex 4)** Le plan complexe $\mathcal{P}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On donne les points A d'affixe $\frac{1}{2}i$ et B d'affixe $\frac{1}{2}$

A tout point M d'affixe $z \neq \frac{1}{2}i$ on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z-2i}{2z-i}$

1°) Montrer que pour tout point M de $\mathcal{P}\setminus\{A\}$ on a $AM \cdot BM' = \dfrac{3}{4}$

2°) Soit $\Gamma = \left\{ M(z) \in \mathcal{P}\setminus\{A\} \text{ tel que } (2z-i)(2\bar{z}+i) = 4 \right\}$

a) Déterminer Γ

b) Montrer que si $M \in (\Gamma)$ alors M' varie sur un cercle $(\mathcal{C})$ que l'on déterminera.