Exercice 1 :

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct. $(O,\vec{u},\vec{v})$ On considère l'application f Définie sur $P\backslash\{O\}$ qui à pour tout point$M(z)$, associe le point M'd'affixe $z'=\frac{z^2+2i}{2z}$

1. Montrer que f admet exactement deux points invariants dont on déterminera les affixes.
2. On désigne par A et B les points d'affixes respectives $1+i$ et $-1-i$
   a) Montrer que pour tout $z\in\mathbb{C}\backslash\{0,1+i\}$, on a :$\frac{z'+1+i}{z'-1-i}=\left(\frac{z\ \ +1+i}{z\ \ -1-i}\right)^2$
   b) En déduire que pour tout point $M\in P\backslash\{O,A,B\}$ on a :
   $\frac{BM'}{AM'}=\left(\frac{BM}{AM}\right)^2$ et $(\overrightarrow{AM'},\overrightarrow{BM'})\equiv 2(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM})$
3. Soit Δ la médiatrice $[AB]$ et Iun point quelconque de Δ distinct du milieu de $[AB]$
   On note ζ le cercle circonscrit au triangle AIB
   a) Montrer que Δ est globalement invariante par f
   b) Donner alors une construction de I' l'image de Ipar f
4. Déterminer et construire chacun des ensembles E et F tels que :
   a) Eest l'ensemble des points M tels que : $\frac{BM'}{AM'}=4$
   b) Fest l'ensemble des points Mtels que : $M'\in]AB[$

Exercice2

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé. $(O,\vec{u},\vec{v})$. A tout point M d'affixe z non reel, on associe le point M' d'affixe $z'=\frac{z\bar{z}}{\bar{z}-z}$

1. Montrer que M' appartient a $(O,\vec{v})$
2. Montrer que $|z'|=|z'-z|$. Interpréter le résultat géométriquement
3. Soit M un point n'appartenant pas a $(O,\vec{u})$.Donner une construction géométrique de M'
4. Soit M un point n'appartenant pas a $(O,\vec{u})$.
   a. Montrer que $\frac{z'-z}{z'}=\frac{z}{\bar{z}}$
   b. En déduire l'ensemble E des points M pour lesquels le triangle OMM' est rectangle en M'

Exercice 3

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct. $(O,\vec{u},\vec{v})$.On considère un triangle ABC Et on désigne par ,b et c les affixes respectives des points A,B et C

1.Montrer que O est le centre du cercle circonscrit triangle ABC ssi $a\bar{a}=b\bar{b}=c\bar{c}$

Dans la suite $\boldsymbol{O}$ est le centre du cercle circonscrit triangle $\boldsymbol{ABC}$

2. a. Soit $w=c\bar{b}-b\bar{c}$ .Montrer que w est imaginaire pur
   b. Vérifier que $w=(b+c)(\bar{b}-\bar{c})$ puis que $\frac{b+c}{b-c}$ est imaginaire pur
3. Soit H le point d'affixe $(a+b+c)$
   a. Prouver que si $b+c\neq 0$ alors $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AH})\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]$
   b.Que peut-on dire du triangle ABC dans le cas ou $b+c=0$

Exercice 4

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé. $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1. Soit $M(z)$ et $M'(z')$. Montrer que si $|z-z'|=|z+z'|$ alors $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{OM'}$ sont orthogonaux
2. Soit $z\in\mathbb{C}\backslash\{0,1\}$ .Montrer que si $|z|=|z-1|$ alors $\arg(z)+\arg(z-1)\equiv\pi[2\pi]$
3. Soit $z\in\mathbb{C}$ .Montrer que $|z|^2+|z+2|^2=4$ ssi $|z+1|=1$
4. Soit $\in\mathbb{C}$. Montrer que si $|z|=1$ alors $w=1+z+\frac{1}{z}\in\mathbb{R}$
5. Soit a un nombre complexe dont la partie imaginaire est non nulle et z une solution de l'équation $(z-\bar{a})^n=(z-a)^n$ .Montrer que z est un réel
6. Soit z un nombre complexe de module 1 et d'argument $\theta\in[0,\pi]\backslash\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$ .Déterminer le module et un argument de $w=1+z+z^2$

Exercice 5

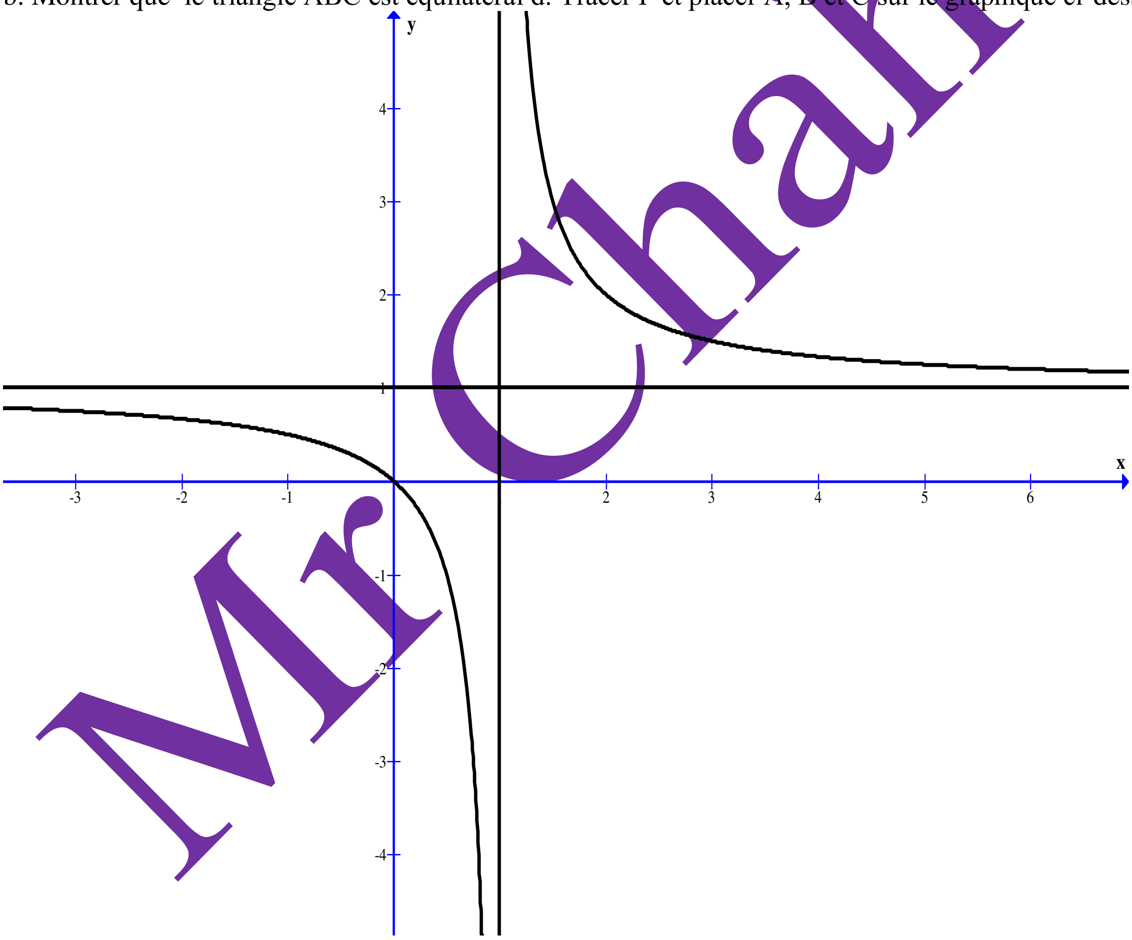
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct$(0,\vec{u},\vec{v})$.

On considère le point A d'affixe 1 et, pour tout θ appartenant à$[0\ ;\ 2\pi[$, le point M d'affixe $z = e^{i\theta}$. On désigne par P le point d'affixe 1+z et par Q le point d'affixe z^2.
A partir du point M, donner une construction géométrique du point P et une construction géométrique du point Q. les points O, A, M, P et Q seront placés sur une même figure.
Déterminer l'ensemble des points P pour θ appartenant à $[0\ ;\ 2\pi\ [$. Tracer cet ensemble sur la figure précédente.
Soit S le point d'affixe $1 + z + z^2$ où z désigne toujours l'affixe du point M. Construire S, en justifiant la construction.
Démontrer que le nombre $\frac{1+z+z^2}{z}$ est réel, quel que soit θ appartenant à $[0\ ;\ 2\pi\ [$. Conclure.

Exercice 6

Γ est le cercle de centre O et de rayon $2\sqrt{2}$
Le plan est rapporté à un repère orthonormé
1.a. À tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = z^2 - 2(1+i)z$
On pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$, où x, y, x' et y' sont des nombres réels.
a. Exprimer x' et y' en fonction de x et y.
b. Soit H l'ensemble des points M tels que z' soit un nombre réel.
Montrer que H est la représentation graphique d'une fonction h que l'on déterminera est tracée sur le graphique ci-dessous.

a. Montrer que les points A, B et C d'affixe respectives $a = 2(1+i)$, $b = ae^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $c = ae^{-i\frac{2\pi}{3}}$
Appartient à Γ et H.
b. Montrer que le triangle ABC est équilatéral d. Tracer Γ et placer A, B et C sur le graphique ci-dessous



Exercice 7

Soit m un nombre complexe différent de 1.
I- Soit (E) l'équation d'inconnu z, où $z \in \mathbb{C}$.

$$(E) : z^2 - (1-i)(m+1)z - i(m^2+1) = 0$$

1- Résolution de (E).
  a- Vérifier que le discriminant de (E) vaut$[(1+i)(m-1)]^2$
  b- Résoudre dans ℂ l'équation (E).
  c- Déterminer les deux valeurs de m pour que le produit des deux racines de

(E) soit égale à 1 On donnera les résultats sous forme algébrique.
2- On pose $z_1 = 1 - im$ et $z_2 = m - i$.
Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle, pour $m = e^{i\theta}$ et $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$.
II- Le plan complexe (P) est rapporté à un orthonormé direct $(o, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$
On considère les points M, M_1 et M_2 d'affixes respectivesm, z_1 et z_2
1. Déterminer l'ensemble des points M tel que les trois points$M$, M_1 et M_2 soient alignés.
2. Déterminer l'ensemble des points M pour que M M1 M2 sont rectangle en M2.

Exercice 8

Soit θ est un réel de l'intervalle$]0; \pi[$. 1°Résoudre $z^2 - 2iz - 1 - e^{i\theta} = 0$.
2°Soit $P(z) = z^3 - 3iz^2 - (3 + e^{i\theta})z + i(1 + e^{i\theta})$.
a .Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure.
b .Résoudre alors $P(z) = 0$.
3°Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(o ; \vec{u}; \vec{v})$,on
considère les points A, M_1et M_2 d'affixes respectives $-1 + i$, $i + e^{i\theta}$ et $i - e^{i\theta}$ où $\theta \in]0; \pi[$
a .Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AM_1}$ et $\overrightarrow{AM_2}$ sont orthogonaux.
b .Montrer que lorsque θ varie dans l'intervalle$]0 ; \pi[$ les points M_1 et M_2 varient sur un cercle C

Exercice 9

Soit $\theta \epsilon]-\pi \ \pi[$. On pose $U = 3\cos\theta - 5i\cos\theta$ et $V = 5\cos\theta + 3i\sin\theta$
1°/ Montrer que $U^2 - V^2$ est une constante
2°/ Soit l'équation $(E): 2z^2 + (3\cos\theta - 5i\sin\theta)z - 2 = 0$
a) Sans calculer z' et $z"$, montrer que $\arg z' + \arg z" \equiv \pi[2\pi]$
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) et donner les solutions sous forme exponentielle
3°/ le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points $M(z')$ $M'(z")$
Trouver les valeurs de θ pour lesquels $OM M'$ est un triangle rectangle en O

Exercice 10 :

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.
Soit f l'application qui à tout point M de P d'affixe z différent de i associe le point M' d'affixe : $z' = i\,\frac{z+i}{z-i}$
1. a) Montrer que $z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow z' \in i\mathbb{R}$
b) Montrer que $|z| = 1 \Leftrightarrow z' \in \mathbb{R}$ puis déduire l'ensemble des point M tel que $z' \in \mathbb{R}$
2. Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}$ -{i, −i} on a $\arg(z') \equiv \frac{\pi}{2} + \arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right)[2\pi]$
puis déduire l'ensemble des point M tel que $z' \in \mathbb{R}^*$
3. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre A(i) et de rayon r
a) Vérifier que pour tout $z \in \mathbb{C}$ -{i} on a $z' - i = \frac{-2}{z-i}$
b) Déduire que lorsque M décrit $\mathcal{C}$ le point M' décrit un cercle $\mathcal{C}'$
4. Soit n un entier naturel, $n \geq 2$. On considère l'équation $z'^n = i^n$
a) Vérifier que E $\Leftrightarrow (z + i)^n = (z - i)^n$
b) En déduire que les images des solutions de E sont alignés
c) Montrer que les solutions de E s'écrivent sous la forme $\operatorname{cotan}(\frac{k\pi}{n})$ avec $k \in \{1,2 \ldots \ldots n-1\}$

Exercice 11:

Soit a un nombre ne complexe non nul.
1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $E: iz^2 + (a + \bar{a} - i)z - \bar{a} - i|a|^2 = 0$
a) Vérifier que le discriminant de E est $\Delta = (a - \bar{a} - i)^2$
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation E.
c) Montrer que a est une solution de E si et seulement si $\mathcal{R}e\,(a) = \mathcal{Im}\,(a)$
2. Dans la suite on suppose que $\mathcal{R}e\,(a) \neq \mathcal{Im}\,(a)$
Le plan complexe est rapporte a un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par N, N_1 et N_2 les points d'affixes
$a, i\bar{a}$ et $1 + ia$ et on pose $Z = \frac{1+ia-a}{i\bar{a}-a}$Vérifier que $\bar{Z} = \frac{(i-1)\bar{a}-i}{i\bar{a}-a}$
En déduire l'ensemble F des points N pour que N, N_1 et N_2 soient alignées.
3.Dans cette question on suppose que $a = e^{i\theta}, \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$
Déterminer l'ensemble des points N_2 lorsque θ varie.Mettre z_{N_2} sous forme exponentielle.
4.Soit A et B deux points d'affixes respectives α et β et M(z)

Montrer que $MA = MB \Leftrightarrow (\alpha-\beta)\bar{z} + \overline{(\alpha-\beta)}z = |\alpha|^2 - |\beta|^2$
En déduire l'ensemble G des points $M(z) \in P$ tel que $\mathcal{R}el\,[(\bar{a}+ia)z] = 0$.

Exercice 12:

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.

1 . Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^4 = 16$

2. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E'): $(z-i)^3 = 4(\bar{z}+i)$

a) Vérifier que $z_0 = i$ et une solution de E'

b) Montrer que si z est une solution de (E') distinct de z_0 alors $|z-i|^2 = 4$

c) En déduire que si z est une solution de (E') distinct de z_0 alors $z - i$ est une solution de (E)

d) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E')

Exercice 13 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $E : z^2 + z - 1 = 0$

2) a)Déterminer ω_0 , ω_1 , ω_2, ω_3 et ω_4 les racines cinquième de l'unité

b) Vérifier que pour tout $k \in \{0,1,2,3,4\}$ on a $\omega_k = {\omega_1}^k$

c) Montrer que $\omega_0 + \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0$

3) soient $a = \omega_1 + \omega_4$ et $b = \omega_2 + \omega_3$

a) Montrer que a et b sont les solutions de E et que $a = 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ et $b = 2\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$

b) En déduire alors les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ et $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$

4) Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$.

a)Déterminer l'ensemble Γ des points $M(z)$ du plan tel que $= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}e^{i\theta}$, $\theta \in [0, 2\pi[$

b) Vérifier que le point $A(i)$ est un point de Γ puis construire Γ

c) Montrer que Γ coupe $(o,\vec{u})$ suivant deux points I et J d'affixes respectives $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

5) En déduire une construction du pentagone régulier inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 1
Dont un des sommet et le point d'affixe 1

Exercice 14

I) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $E : az^2 + bz + c = 0$, $a \in \mathbb{C}^*$, b et $c \in \mathbb{C}$

Montrer que z_1 et z_2 sont les solutions de E si et seulement si $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$ et $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$

II) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(o,\overline{u,v}\right)$ on considère le point A et M d'affixe respectives 1 et $m = 1 + e^{i\theta}$, $\theta \in]-\pi,\pi[$.

On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle de centre A et de rayon 1.

2)a) Déterminer un argument de m.

b) Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie .

3) on considère l'équation E': $z^2 - az + a = 0$ ou a est un nombre complexe non nul.

a) Montrer que m est une solution de E' si et seulement si $a = 2 + 2\cos(\theta)$

b) En déduire la seconde solution de cette équation.

4) on suppose dans cette question que a est un réel de l'intervalle [0,4] et on considère le point B d'affixe a et I le milieu de [O B] . La perpendiculaire a l'axe réel passant par I coupe $\mathcal{C}$ en deux points $M_1(z_1)$ et $M_2(z_2)$. Montrer que z_1 et z_2 sont les solutions de E'

Exercice15

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.

On considère application Φde $P - \{O\}$ dans P qui à tout points M(z) associe le point M'(z') tel que : $z' = \frac{1}{\bar{z}}$

I) On considère les équations E: $z' + i\bar{z} + 1 + 2i = 0$ et E': $z^2 + (2+i)z + i = 0$

1)a) Montrer que E et E' sont équivalentes

b) Déterminer z_1 et z_2 les solutions de E ($Re(z_1) > Re(z_2)$)

2) Montrer que $z_1 = -1 + e^{-i\frac{\pi}{6}}$ et $z_2 = -1 + e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ puis déduire l'écriture exponentielle de z_1 etz_2

3 On considère l équation E_n: $z^{n-1}\Phi(z) = 1$, $n \geq 3$

a) Montrer que si z est une solution de E_n alors $|z| = 1$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation E_n

II) 1) a) Déterminer l'ensemble des points invariants par Φ

b) Montrer que les points O, M et M' sont alignés

2) Soit $A(a)$ et $B(b)$ deux points distinct tel que et $b \in \mathbb{C}^*$, $A' = \Phi(A)$ et $B' = \Phi(B)$ O, A et B Sont alignés

a) Montrer que $\left(\overrightarrow{M'A'},\overrightarrow{M'B'}\right) \equiv \left(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}\right)[\pi]$

b) Ou varie le point M' lorsque M decrit le cercle de diamètre $[AB]$ privé de $A et B$

Exercice 16

Soit m un nombre complexe différent de 0

Soit (E) l'équation d'inconnu z, où z $\in$ C.

$$(E) : 2z^2 - (3+i\sqrt{3})m\,z + (1+i\sqrt{3})m^2 = 0$$

1 a- Vérifier que le discriminant de (E) vaut $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2 m^2$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2. On considère les points A,B et M d'affixes respectives m, $b = me^{i\frac{\pi}{3}}$ et z

Soit R la rotation de centre M et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et les points $A_1(a_1) = R^{-1}(A)$ et $B_1(b_1) = R\ (B)$

Montrer que le triangle OAB est équilatéral

Montrer que $b_1 = \left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)m + \left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$ et $a_1 = \left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)m + \left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

c. Montrer que OA_1MB_1 est un parallélogramme

3. On suppose que $M \neq A$ et $M \neq B$

a. Montrer que $\frac{z-b_1}{z-a_1} = -\frac{z-b}{z-a}\,\frac{a}{b}$

b. En déduire que les points A_1 , B_1 et M sont alignés si et seulement si B, A, O et M sont cocyclique

Exercice 17

Soit m un nombre complexe non réel

On considère dans C l'équation $(E): z^2 - (1+i)(1+m)z + 2im = 0$

1)a) Montrer (E) admet deux solutions distinctes z_1 et z_2

b) Résoudre (E)

2) Dans cette question on suppose que $m = e^{i\theta}$, $\theta \in]0,\pi[$

a) Déterminer l'écriture exponentielle de $z_1 + z_2$

b) Montrer que si $z_1 \times z_2 \in$ R alors $z_1 + z_2 = 2i$

Dans la suite le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ et on considère les points A,B et C d'affixe respectives $a = 1+i$, $b = (1+i)m$ et $c = 1-i$

3) Soit D l'image de B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et Ω le milieu de $[CD]$

a) Déterminer les affixes des points D et Ω

b) Montrer que $(AB) \perp (O\Omega)$ et $AB = 2O\Omega$

4) La droite $(O\Omega)$ coupe (AB) en un pont H d'affixe h

a) Montrer que $\frac{h-a}{b-a} \in$ R et $\frac{h}{b-a} \in i$R

b) En déduire l'expression de h en fonction de m

Exercice 18

Soit m un paramètre complexe. On considère dans C l'équation

$$(E) + (2-i)z^2 + (m^2+1-2i)z - i(m^2+1) = 0$$

Le plan est rapporté a un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

Partie (1)

1.a. Vérifier que $z_0 = i$ est une solution de (E)

b. Résoudre dans C l'équation (E)

2. Déterminer l'ensemble des points $M(m)$ pour que deux au moins des solutions de (E) aient même module

3. On pose $z_2 = -1 - im.$; $z_1 = -1 + im$ et on suppose que $m = e^{i\theta}$, $\theta \in \left]\pi,\frac{3\pi}{2}\right[$

Déterminer l'écriture exponentielle de z_1 et z_2

Partie (2)

On considère les points $M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$ et $M(m)$

1. Déterminer l'ensemble des point $M(m)$ pour que M , M_1 et M_2 soient alignés

2. On suppose que $m\bar{m} + \text{Re}(m) \neq 0$

Soit R l'application qui transforme $N(z)$ au point $N'(z')$ telle que $z' = -1 + iz$

a. Montrer que R est une rotation en déterminera le centre Ω et l'angle φ

b. Montrer que $\frac{z_1 - m}{z_2 - z_1}$ est imaginaire si et seulement si $m\overline{m} - \operatorname{Im}(m) = 0$

c. Déduire l'ensemble des points $M(m)$ tel que M , M_1 et M_2 soient cocycliques

Exercice 19

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ **soit** $\theta \in]0, \pi[$

1) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation E : $z^2 - 2e^{i\theta}z + 1 = 0$

a) Vérifier que $\Delta = \left(2\sqrt{2\sin(\theta)}e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}\right)^2$ est le discriminant de E

b) Résoudre alors E

2) On considère les points A , M , M_1 et M_2 d'affixe respectives

$z_A = i$, $z = e^{i\theta}$, $z_1 = e^{i\theta} + \sqrt{2\sin\theta}e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}$ et $z_2 = e^{i\theta} - \sqrt{2\sin\theta}e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}$

a) Montrer que $e^{i\theta} - i = -2i\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}$

b) En déduire que M_1 et M_2 sont deux points du cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon $\sqrt{2}$

c) Vérifier que M est le milieu de $[M_1M_2]$ et que $\operatorname{Im}(z_1) > 0$

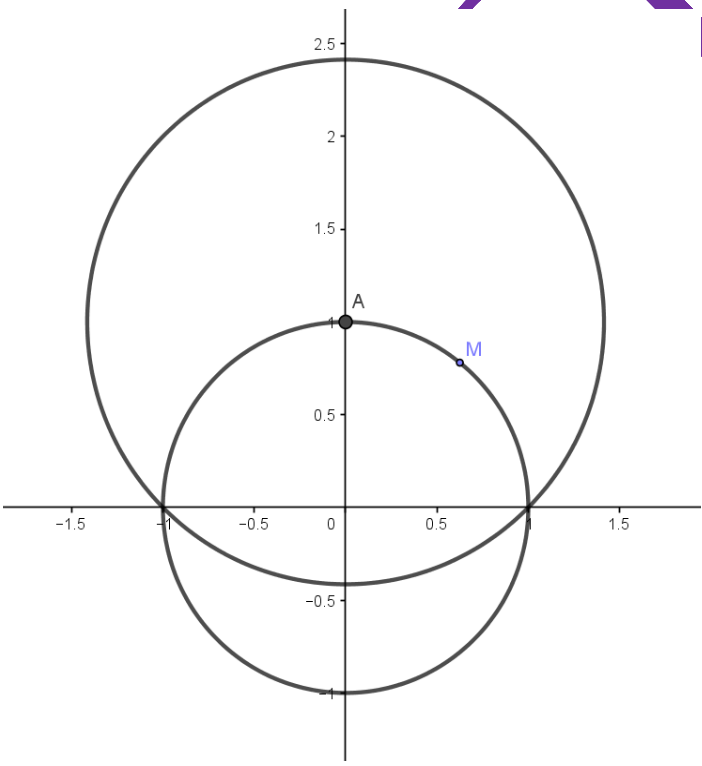
d) Sur la figure annexe on a tracé $\mathcal{C}$ ainsi que le cercle trigonométrique et on a placé un point M Construire les points M_1 et M_2

3) On considère le point $N\left(e^{i\frac{\theta}{2}}\right)$ et N' son image par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$

a) Construire les points N et N' et montrer que N' a pour affixe $e^{i\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}$

b) Montrer que $\overrightarrow{M_2M_1}$ et $\overrightarrow{ON'}$ sont orthogonaux

c) Construire alors les points M_1 et M_2 d'une autre façon



Exercice 20

l'application f du plan dans lui-même, qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe

$z' = \frac{z+iz\bar{z}}{1+z\bar{z}}$. On pose A et B d'affixes respectives i et $-i$.
1/ Montrer que f admet deux points invariants à déterminer.
2/ Montrer que pour tout nombre complexe z , les points A , M et M' alignés .
3/ Soit (Γ)le cercle de diamètre $[OB]$.

a) Montrer que pour tout point M du plan privé de et B , on a : $arg(z') \equiv \frac{\pi}{2} + \left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MO}}\right) [2\pi]$

b) En déduire que si M appartient (Γ) à alors le point M' appartient à une droite à préciser.

c) Donner une construction de M' connaissant M point de(Γ) .

4/ a) Montrer que $|z' - z| = |z' - i|$ si et seulement si M appartient au cercle trigonométrique(φ).
b) En déduire que si $M \in \varphi \setminus \{A\}$ alors M' est le milieu de $[AM]$.
c) Déterminer l'image(φ) de par .