LYCEE PILOTE SFAX	Série d'exercices N°3	Mr MEGDICH
		4ème MATH

EXERCICE N°1 (BAC2002)

On considère les points A et B d'affixes respectives 1 et (-1) et on désigne par P' le plan P privé du point A

Soit f l'application de P' dans P qui à tout point M de P' d'affixe z associe M'd'affixe z' tel que $z'=\frac{z(\bar{z}-1)}{z-1}$

1) a-Soit C d'affixe i. Déterminer le point f(C)

b-Soit ζ le cercle de centre O de rayon 1. Montrer que pour tout point M de $\zeta\setminus\{A\}$ on a f(M)=B

2) Déterminer l'ensemble des points invariants par f

3) Soit M un point quelconque du plan privé de la droite (AB) et du cercle ζ

On désigne par M_1 l'image de M par la symétrie orthogonale d'axe (AB) et par M' l'image de M par f

a-On désigne par $Z_{\overrightarrow{M_1M'}}$ et $Z_{\overrightarrow{AM_1}}$ les affixes des vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$. Montrer que $\frac{Z_{\overrightarrow{M_1M'}}}{Z_{\overrightarrow{AM_1}}}=\frac{\bar{z}-z}{|z-1|^2}$

En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$ sont orthogonaux b-Montrer que $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont orthogonaux

EXERCICE N°2(bac 99)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ Soit Δ la droite d'équation x=2 et A(2)

1) Vérifier que Δ est l'ensemble des points M (z) tels que $4-z-\bar{z}=0$

2) Soit φ l'application de P\ Δ dans P qui à tout point M d'affixe z associé le point M' d'affixe z' tel que

$z'=\frac{4-z\bar{z}}{4-z-\bar{z}}$

a)Montrer que z' est réel

b) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M(z) tel que z'=k avec k est un réel différent de 2

3) a) Montrer que pour tout nombre complexe z dont la partie réelle est différente de 2 on a : $|z-z'|=|z'-2|$

b) En déduire que pour tout point M de P\ Δ le point M' est l'intersection de la médiatrice de $[AM]$ et $(O,\vec{u})$

EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. On considère les points $A(2)$ et $B(3)$.

Soit Z un nombre complexe différent de 2 et $Z'=\frac{\bar{Z}-3}{\bar{Z}-2}$.

On désigne par M et M' les points d'affixes respectives Z et Z'.

1. a. Vérifier que $Z'-1=\frac{-1}{\bar{Z}-2}$.

   b. En déduire que $IM'\times AM=1$ et $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{IM'})\equiv\pi[2\pi]$.

2. Construire le point M' lorsque M est un point du cercle C_1 de centre A et de rayon 1.

3. Dans cette question, le point M appartient au cercle C_2 de centre B et de rayon 1.

   a. Montrer qu'il existe un réel θ de $]-\pi,\pi[$ tel que $Z=3+e^{i\theta}$.

   b. Ecrire $Z'-1$ sous forme exponentielle.

   c. Montrer que M' appartient à la droite $\Delta: x=\frac{1}{2}$.

   d. Construire alors le point M'.