Exercice 1 :**Q.C.M**.
Choisir la ou (les) bonne(s) réponse(s).

1) L'ensemble des points M(z) tels que $|z|=z$ est :
a)une droite b)un cercle, c)une demi droite.

2) l'ensemble des points M(z) tels que $|z|=z+\bar{z}$ est inclus dans :
a)un cercle b) une demi-droite c)deux droites
a) un demi-cercle b) une droite c)une demi-droite

3)Si $|z|=\sqrt{2}$ alors a) $\bar{z}=\frac{2}{z}$; b) $\bar{z}=\frac{\sqrt{2}}{z}$; c) $\bar{z}=\frac{\sqrt{2}}{2z}$

7)Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$

alors un argument de $i\bar{z}$ est

a) $\frac{-\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{6}$; c) $\pi/3$

8)Un argument de $(1+i)^{2015}$ est

a) $-\frac{\pi}{2}$; b) $-3\frac{\pi}{4}$; c) π

Exercice 2
Répondre par Vrai ou Faux en justifiant votre réponse
soient $a=1+i\sqrt{3}$ et $b=\sqrt{2}(1+i)$
a) il existe un entier n non nul tel que a^n est réel
b) il existe un entier n non nul tel que $a^n=b^n$
c) il existe un entier n non nul tel que $a^n=1$
d) il existe un entier n non nul tel que a^n est imaginaire

Exercice 3:
Soit $Z=\frac{z-1+2i}{2iz-1}$ où $z\neq\frac{-i}{2}$

1)Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que Z soit réel.
2)Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que Z soit imaginaire.
3)Déterminer l'ensemble des points M(z) ; $|Z|=\frac{1}{2}$

Exercice 4:
Soit $Z=1-\sqrt{3}+i(1+\sqrt{3})$
1)Ecrire Z^2 sous forme algébrique
2)Déterminer le module et un argument de Z^2
3)Déduire le module et un argument de Z
4)Donner les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

Exercice 5 :
Déterminer l'ensemble des points M(z) ; tels que :
a)$\arg(z-2i)=\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$;b)$\arg(\bar{z}-i)=-\frac{\pi}{3}\ (2\pi)$;
c)$\arg(z-2i)=\arg(-z)\ (2\pi)$,
f)$\arg(z-1+i)=\arg(-\bar{z}+1+i)\ (2\pi)$
d)$|z-2i|=|\bar{z}+i|$, e)$(z+i)(\bar{z}-i)=9$
g) $z=1-2i+4(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ où $[0,\pi]$

Exercice 6
I) Déterminer le(s) nombre(s) complexe(s) z vérifiant $\begin{cases}|z-2|=|z|\\ \arg(z)\equiv\arg(z+1+2i)\quad[2\pi]\end{cases}$

II) a et b deux nombres complexes non nuls.
Mque arg(a)≡ 2arg(b) $[2\pi]$ $\Leftrightarrow$ $\bar{a}b^2\in IR_*^+$

Exercice 7:
Soit $z_1=1-i$; $z_2=1-i\sqrt{3}$ et $Z=\frac{z_1^5}{z_2^4}$
Ecrire sous forme exponentielle les nombres complexes z_1, z_2 et Z. Déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

Exercice 8:
On pose $Z=\frac{iz}{z-1}$
Déterminer et construire les ensembles suivants
E= {M (Z) tque $|z|=1$}; F= {M (z); $Z^2<0$}

Exercice 9:
Z étant un nombre complexe $\in$ IC – IR
1°) M (z), B (z^2), C (z^3) sont trois points distincts.
Déterminer l'ensemble des points M du plan pour que le triangle MBC soit rectangle en C.
2°) Déterminer l'ensemble des points M(z) pour que les points A(1), M(z) et M'($1+z^2$) soient alignés

Exercice 10:
1°) Soit φ un réel de $[-\pi,\ \pi]$ et z le nombre complexe défini par: $z=\frac{1}{2}[\sin\varphi+i(1-\cos\varphi)]$
Déterminer, en fonction de φ, le module et un argument de z.
2°) φ est un réel de$]0,\pi[$.
Déterminer le module et un argument des nombres complexes : $a=z-i$ & $b=\frac{z}{z-i}$
3°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct. Soit les points M (a) et N (b).
Déterminer les ensembles décrits respectivement par les points M et N lorsque φ varie dans$]0,\pi[$
Représenter ces ensembles.

Exercice 11 :

Soit A= $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}}\right)^n - \left(1-\frac{i}{\sqrt{3}}\right)^n ; n \in IN$

1) Montrer que A est un imaginaire pur

2) Prouver que A = i $\frac{2^{n+1}}{\sqrt{3}^n} \sin\frac{n\pi}{6}$

Exercice 12:

z_1 et z_2 deux nombres complexes de module 1

Montrer que le nombre complexe $\frac{(z_1+z_2)^2}{z_1 z_2}$ est un réel positif ou nul

Exercice 13:

Soit E :(1+i) z² - 2(cosθ-sinθ) z + 1-i =0

avec $\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. z' et z" sont les solutions de E

1°) Sans calculer z' et z",

Mque arg (z') + arg (z") = $\frac{-\pi}{2}$ (2π)

2°) a- Résoudre dans C l'équation E.

b- Vérifier que z" = $-i\overline{z'}$.

En déduire que M" est l'image de M' par une symétrie orthogonale d'axe D que l'on précisera..

Exercice 14:(7points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On donne les points A(2i) , B(- i) et I(i)

Et l'application f : P – { I }→ P – { O }

M(z) → M'(z') tel que : $z' = \frac{2}{i+\overline{z}}$

1) a) Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que z' est réel.

b) Déterminer l'ensemble des points M'(z') quand M varie sur le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point I.

c) Montrer que l'ensemble des points M'(z') lorsque le point M varie sur l'axe de réel est le cercle de centre B de rayon 1 et privé de O.

2) Résoudre l'équation z' = $-2\overline{z}+2\sqrt{3}$, mettre les solutions sous forme exponentielle.

3) a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OM'}$ et $\overrightarrow{IM}$ sont colinéaires de même sens.

b) Soit M'' le symétrique du point M par rapport à l'axe des ordonnés

Déterminer z'' l'affixe de M'' en fonction de z.

4) a) Démontrer que $\frac{-i-z'}{2i-z'} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-i+\overline{z}}{2i+\overline{z}}$

b) Déduire que $\left(\overrightarrow{M'A}, \overrightarrow{M'B}\right) = \left(\overrightarrow{M''A}, \overrightarrow{M''B}\right)$ (π)

c) Déduire une construction géométrique du point M' connaissant M.

Exercice 15 :

1°) Résoudre dans C, l'équation

(E_θ) : z² - 2iz + 1 +2cos2θ = 0 où $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

On désigne par z' et z'' les solutions de (E_θ) telles que Im(z') < Im(z'').

2°) Dans le plan complexes rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$,

on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 = 2sinθ + z' et z_2 = $2i + \frac{z'}{z''}$.

Déterminer et construire l'ensemble des points M_1 et l'ensemble des points M_2 lorsque θ décrit $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

Exercice 16 :6points

Les questions 1, 2, 3, 4, et 5 sont indépendantes

1) Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $\left|z+\frac{1}{z}\right| = |z-i|$

2) Soit z = $\frac{i}{1+i\tan\theta}$; $\theta \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ Donner la forme exponentielle de z

3) On considère dans C l'équation à une inconnue z ,

(E) : $z^2 - 2i\sqrt{2}\,z - 2(1+i) = 0$

a)Résoudre dans C l'équation (E).

On désigne par z_1 et z_2 les solutions de (E) ;

(Ré(z_1) < 0)

b)Donner la forme exponentielle de $\frac{z_1}{z_2}$

4) Montrer que si u et v sont deux racines troisièmes de $1+i\sqrt{3}$ alors u.v est une racine troisième de $4e^{i\frac{2\pi}{3}}$

5) Soient A(a) et B(b) deux points du cercle trigonométrique non diamétralement opposés.

a) Montrer que le nombre complexe $\frac{(a+b)^2}{ab}$ est un réel strictement positif.

b) Déduire que ; 2arg(a+b) = arg(a) + arg(b) + 2kπ ; k$\in Z$

Exercice 17 :TN2012

Soit a un réel strictement positif.

1)Résoudre dans C : z²-(1+i)az+ia²=0

2)Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par A et B les points d'affixes respectives a et ia.

a) Quelle est la nature du triangle OAB ?

b) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB soit un carré.

3) Soient P et Q les points du plan tels que les triangles OAP et AQC sont équilatéraux de sens direct.

a) Montrer que l'affixe du point C est $a(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})$

b) Calculer l'affixe du point Q.

c) Montrer que les points B, P et Q sont alignés.

Exercice18 :TN2012 Scx:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par C le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a=\sqrt{3}+i$

1)a)Donner la forme exponentielle de a

b) Construire le point A

2)Soit B le point d'affixe $b = \frac{a-1}{1-\bar{a}}$

a)Vérifier que $\bar{b}b = 1$. En déduire que le point B appartient à C.

b) Montrer que les points A, B et I snt alignés.

c) Construire alors le point B.

3) Soit θ un argument de b

Montrer que $\cos\theta = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \frac{-2\sqrt{3}+2}{5-2\sqrt{3}}$

Exercice 19:

Soit $(o, \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé direct du plan Complexe P et f l'application qui a tout point d'affixe z , associe le point M' d'affixe $z'=\frac{z+iz\bar{z}}{1+z\bar{z}}$, A(i) ; B(-i)

1) Déterminer les points fixes de f

2) Mque les points A, M et M' sont alignés

3) Soit C le cercle de diamètre [OB]

a) Mque $\forall M\in P-\{O,B\}, \arg(z') \equiv \frac{\pi}{2}+(\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MO})\ [2\pi]$

b) En déduire que si $M\in C$, alors le point M' appartient à une droite fixe Δ que l'on précisera .

c) Donner une construction du point M' image d'un point M de C.

Exercice 20:

1°) Déterminer sous forme trigonométrique les solutions de l'équation : $z^3 = 4\sqrt{2}(-1+i)$.

2°) En utilisant les racines cubiques de l'unité, écrire les solutions de cette équation sous formes algébriques. Déduire des questions précédentes les valeurs de $\cos\frac{11\pi}{12}$ & $\sin\frac{11\pi}{12}$

Exercice 21:

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$f : P-{A(-i)} $\to$ P-{A}:M (z) $\to$ M'(z');

$z'=\frac{1-z}{1-iz}$

1) Déterminer l'ensemble E des points M (z) tels que z' soit réel.

2) a) Montrer que pour tout $z\neq i$, $z'+i = \frac{-1+i}{z+i}$

b) M que $AM.AM' = \sqrt{2}$,

et $(\vec{u}, \overrightarrow{AM}) + (\vec{u}, \overrightarrow{AM'}) = \frac{3\pi}{4}\ (2\pi)$

c) Déterminer l'image du cercle C de centre A et de rayon 1 par f.

d) Déterminer l'image par f de l'ensemble Δ-{A}

Où Δ : y=x-1

3)Déterminer l'image par f du cercle trigonométrique.

Exercice 22:

P est le plan complexe. A(1), on considère l'application :f : P dans P qui a tout M(z) associe le point M'(z') tel qur $z'=2z-z^2$.

1)Déterminer l'ensble des points invariants par f.

2)Dans cette question on suppose que M est un point deu cercle C(O,1) distinct de A.

a)Montrer que AM=MM'

b)Montrer que le rapprt : $\frac{z'-1}{z}$ est un réel

c)En déduire que les points A et M' sont symétriques par rapprt à la tangente Δ en M au cercle C.

3)Résoudre dans IC l'équation E :$2z-z^2=1+e^{i2\theta}$

avec $\theta\in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$, on note z_1 et z_2 les solutions de l'équation E ; z_1 étant la solution telle que $Im(z_1)\geq 0$

4)Soient $M_1(z_1)$ et $M_2(z_2)$.

a)Montrer que M_1 et M_2 sont symétriques par rapport à un point fixe que l'on précisera.

b)Déterminer et construire l'ensemble F des points M_1 quand θvarie,

Déduire l'ensemble des points M_2.

Exercice 23:

On considère les nombres complexes z_n définis par, pour tout n : $z_0=1$ et $z_{n+1} = (\frac{3}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4})z_n$ et A_n d'affixe z_n.

1)Calculer sous forme algebriquez_1 et z_2

2)$\forall n\in IN$, on pose $d_n=|z_{n+1}-z_n|$

a)Vérifier que $\forall n\geq 1$, $z_{n+1}-z_n=\left(\frac{3}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)(z_n-z_{n-1})$

b)En déduire une relation entre d_n et d_{n-1}, pour $n\geq 1$ puis d_n en fonction de n et d_0

c)Donner une interprétation géométrique de chacun des nombres d_n.

d)On pose $L_n=\sum_{k=0}^{k=n} A_kA_{k+1}$

Déterminer L_n en fonction de n et la limite de L_n

3)$\forall n$, on pose $a_n=\arg(z_n)\ (2\pi)$

a)Quelle est la nature de la suite (an)

b)En déduire a_n en fonction de n

c)Pour quelles valeurs de n, les points O, A_0 et A_n sont-ils alignés.

Exercice24

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. Soit $\theta\in[0,\pi]$

1°) Soit dans C, l'équation

(E_θ): $z^2-2(1+3e^{i\theta})z-3+10e^{i\theta}+8e^{2i\theta}=0$.

Résoudre (E_θ) dans Z.

2°) On désigne par M et N les points d'affixes respectives $z_1=3+2e^{i\theta}$ et $z_2=-1+4e^{i\theta}$

a)Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie.

b)Peut-on avoir M = N ?

c)Déterminer θ pour que O soit un point du cercle de diamètre [MN].

3°) On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 3 + 2i$ et $z_B = -1 + 4i$.

Extérieurement au triangle OAB, on construit les deux carrés OA_1A_2A et OBB_1B_2.

a) En remarquant que A_2 est l'image de O par une rotation de centre A, déterminer l'affixe de A_2.

En déduire l'affixe du centre I du carré OA_1A_2A.

b) En remarquant que B_1 est l'image de O par une rotation de centre B, déterminer l'affixe de B_1.

En déduire l'affixe du centre J du carré OBB_1B_2.

c) Calculer l'affixe du milieu K du segment [AB]. A l'aide des affixes des différents points, calculer les distances KI et KJ, ainsi qu'une mesure de l'angle $(\vec{KI},\vec{KJ})$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 25

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

A tout point M d'affixe z non réel, on associe le point M' d'affixe $z'=\frac{z\bar{z}}{\bar{z}-z}$.

1) Montrer que M' appartient à $(O,\vec{v})$.

2) Montrer que : $|z'|=|z'-z|$. Interpréter le résultat géométriquement.

3) Soit M un point n'appartenant pas à $(O,\vec{u})$. Donner une construction géométrique de M'

4) Soit M un point n'appartenant pas à $(O,\vec{u})$.

a) Montrer que $\frac{z'-z}{z'}=\frac{z}{\bar{z}}$.

b) En déduire l'ensemble E des points M pour lesquels le triangle OMM' est rectangle en M'.

Exercice 26

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

1) a) Placer les points A(1) , B(j) et C(j²) où $j=e^{i\frac{2\pi}{3}}$

b) Montrer que ABC est un triangle équilatéral de centre O.

2) Désignons par I = B*C , K = B*A et L = A*C

a) Caractériser l'antidéplacement f qui envoie B en C et K en I

b) Définir la transformation $\varphi=f^{-1}oS_{AC}$

3) On désigne par s_1, s_2 et s_3 les symétries orthogonales respectivement par rapport aux droites (OA),(OB) et (OC) et par r la rotation de centre O d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Soit M un point du plan, $M_1 = s_1(M)$, $M_2 = s_2(M)$, $M_3 = s_3(M)$.

a) Montrer que $M_2 = r^2(M_1)$ et $M_3 = r(M_1)$ (où r² désigne r ○ r).

b) Prouver que le triangle $M_1M_2M_3$ est équilatéral lorsque M est distinct de O.

4) Soit M un point quelconque du plan P, d'affixe z non nul.

Montrer que les points M_1, M_2 et M_3 ont pour affixes respectives $\bar{z}$, $j^2\bar{z}$ et $j\bar{z}$,.

5) Soit $M_4=S_{(BC)}(M)$.

a) Mque le point I est le milieu du segment $[M_1M_4]$.

b) En déduire que l'affixe de M_4 est $Z = -1 - \bar{z}$

6) a) Montrer que les points M_2, M_3 et M_4 sont alignés si et seulement si $\frac{-1+j^2\bar{z}}{j^2\bar{z}-j\bar{z}}$ est réel.

b) Déduire l'ensemble des points M tels que les points M_2, M_3 et M_4 sont alignés.

(On rappelle que : $1 + j + j^2 = 0$, $j^2 = \bar{j}$ et $j^3 = 1$)

Exercice 27:(6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$

Soit f l'application du plan P \ { I } dans lui-même qui a tout point M(z) associe le point M'(f(z)) telle que $f(z) = z' = \frac{-1+z}{1-\bar{z}}$

1) Montrer que, pour tout $z \neq 1$, $|z'| = 1$,

2) Soient A et B deux points distincts d'affixes a et b différents de 1 et tels que f(A) = f(B)

a) Montrer $(a-1)(1-\bar{b}) = (1-\bar{a})(b-1)$

b) Déduire que les points A, B et I sont alignés.

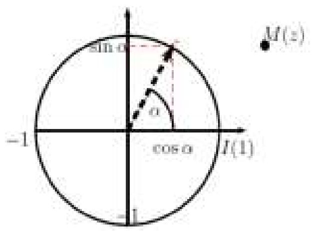
3) Soit α, un réel appartenant à $]0, 2\pi[$:

Montrer $f(e^{i\alpha}) = e^{i\alpha}$.

4) Etant donner un point M du plan d'affixe $z \neq 1$.

a) Montrer que si $z' \neq 1$ alors f(z) = f(z')

b) Déduire alors de ce qui précède une construction du point M'(z') puis le placer sur la figure ci-contre.



Exercice 28 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

À tout point M d'affixe $z \neq i$, est associé le point M' d'affixe $z' \neq 1$ définie par: $z' = \frac{\bar{z}-i}{\bar{z}+i}$

1) Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que z' soit imaginaire non nul.

2) a) Vérifier que pour tout $z \neq 1$ on a : $z' - 1 = \frac{-2i}{\bar{z}+i}$

b) En déduire que pour tout point M distinct de J, on a : IM' . JM = 2 et $(\overrightarrow{JM},\overrightarrow{IM'}) \equiv \frac{-\pi}{2}[2\pi]$

c) Déduire une construction du point M' lorsque M appartient au cercle C de centre J et de rayon 1.

3) a) Résoudre dans C l'équation : $z^3 = e^{\frac{i3\pi}{4}}$

b) Soit $\alpha \in]0, 2\pi[$,

montrer que $z' = e^{i\alpha}$ équivaut à $z = -\cotan(\frac{\alpha}{2})$

c) Déduire alors les solutions de l'équation :

$(\bar{z}-i)^3 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i)(\bar{z}+i)^3$

Exercice 29 (3 points)

1) Dans le plan complexe on considère un point M d'affixe $z = e^{i\alpha}$, $\alpha \in]0,\frac{\pi}{2}[$

a) Le point M étant donné dans **l'annexe II**, Construire les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 1 + \cos\alpha$ et $z_B = -1 + i\sin\alpha$

b) Déterminer l'ensemble des points A et celui des points B lorsque α varie dans $]0,\frac{\pi}{2}[$

2) Montrer que OAMB est un parallélogramme.

3) a) Montrer qu'il existe un réel $\alpha \in]0,\frac{\pi}{2}[$ tel que OAMB soit un losange.

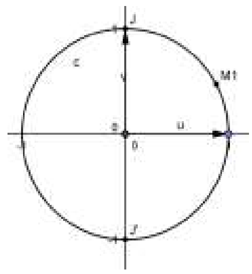
b) Calculer l'aire de ce losange.

Exercice 30 :(6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$

A tout point M d'affixe z non nul , on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{-1}{\bar{z}}$, puis le point N milieu du segment [MM'].

On désigne par C le cercle de centre O et de rayon 1, J le point d'affixe i et J' celui d'affixe –i



I) 1) Déterminer l'affixe du point N

2) Dans cette question $z = e^{i\alpha}$ où α est un réel

a) Ecrire z' sous forme exponentielle.

b) Sur la figure on a placé le point M_1 d'affixe z_1 Expliquer comment on peut obtenir géométriquement le point M'_1 puis le placer et construire alors le point N_1

c) Calculer la forme algébrique de l'affixe du point N.

En déduire l'ensemble décrit par le point N lorsque M décrit le cercle C.

II) Dans cette question , M est un point du plan d'affixe z non nul.

1) a) Déterminer les points M du plan pour lesquels M et N sont confondus

b) Développer $(z-2i)^2 + 3$;

Déterminer les points M du plan pour lesquels l'affixe de N est 2i

2) On pose $z = x + iy$

a) Exprimer en fonction de x et y , la partie réelle et la partie imaginaire de l'affixe du point N

b) Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que N appartient à l'axe $(O,\vec{u})$

c) Déterminer l'ensemble F des points M du plan tels que N appartient à l'axe $(O, \vec{v})$.

Exercice 31 :(5 points)

Le but de cette question est de résoudre dans C l'équation : (E) $z^3 - 3iz + 1 - i = 0$

A cette fin, considérons le système suivant $\begin{cases} u+v=z \\ u.v=i \end{cases}$

1) a) Montrer que $u^3 + v^3 = -1 + i$ et que $u^3.v^3 = -i$

b) Déduire que u^3 et v^3 sont solution de l'équation : (E') $w^2 + (1-i)w - i = 0$

2) a) Résoudre alors l'équation (E') :

b) Déduire les valeurs possibles de u puis les valeurs possibles de v.

c) Donner alors les solutions de (E).

Exercice 32 : (3 points)

On considère n ∈ IN telle que n > 1, $\theta \in IR$ et a = $e^{i\theta}$

Soient $z_0, z_1, \ldots, z_{n-1}$ les n racines de l'équations $z^n = a$

1) Montrer que les points du plan complexe dont les affixes sont :

$(z_0+1)^n, (z_1+1)^n, \ldots, (z_{n-1}+1)^n$ sont alignés.

2) Calculer $S = z_0 + z_1 + \ldots + z_{n-1}$

3) Calculer en fonction de a le produit

$P = z_0 . z_1 \ldots z_{n-1}$.

Exercice 33: TN 2003

Soit E_d : $z^3 + (3 - d^2) z + 2i(1 + d^2) = 0$

Où d est un nombre complexe de module 2

1) a- Vérifier que 2i est une solution de E_d Résoudre alors l'équation E_d

2) Dans le plan complexe $(o, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A(2i), B(-i), M(-i+d) et N(-i-d)

a) Calculer MN et déterminer le milieu de [MN]

b) En déduire que lorsque d varie, les points M et N appartiennent à un cercle fixe que l'on précisera.

c) Dans le cas où AMN est un triangle, montrer que O est le centre de gravité du triangle AMN.

d-En déduire les valeurs de d pour lesquelles le triangle AMN est isocèle de sommet principal A

Exercice 34: TN : 2004

Soit a ∈ c et (E) : $z^2 - 2z + 1 + a^2 = 0$

1) Résoudre dans C l'équation (E).

2) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$,

on considère les points A (1+ia) et B (1-ia), On pose $a = a_1+ia_2$; a_1 et a_2 réels.

a) Mque les points O, A et B sont alignés ssi $a_1=0$

b) Mque les vecteurs $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ ssi $|a|=1$.

3) On suppose $a = e^{i\alpha}$ où $\alpha \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

a)Vérifier que $\forall x \in IR$, on a : $1+ e^{ix} = 2\cos(\frac{x}{2}) e^{i\frac{x}{2}}$

et $1- e^{ix} = -2i\sin(\frac{x}{2}) e^{i\frac{x}{2}}$

b) En déduire l'écriture sous forme exponentielle de chacun des nombres complexes 1+ia et 1-ia

c) Déterminer a pour que les points O, A et B forment un triangle isocèle rectangle en O.

Exercice 35:TN 2005

Dans le plan complexe P rapporte à un repère orthonormé direct$(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne le point A(1)

Soit l'application f de P dans P qui à tout point M(z) associe le point M'(z') ;$z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}} z + 1 - \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

1)Déterminer le nature de f et préciser ses éléments caractéristiques.

2)Soit le point M_0 d'affixe 2.

On pose pour tout entier naturel n,$M_{n+1}=f(M_n)$ on désigne par z_n l'affixe du point M_n et par Z_n l'affixe $\overrightarrow{AM_n}$.

a-Montrer que $Z_1 = e^{i\frac{\pi}{4}}$

b-Montrer que pour tout n de IN , $Z_n = e^{i\frac{n\pi}{4}}$

c-En déduire l'ensemble des valeur n pour lesquelles les points A,M_0 et M_n sont alignés.

Exercice 36:TN 07

1)Résoudre dans IC: (E): $z^2 - 2iz - 1 - e^{i2\theta} = 0$ où $\theta \in]0, \pi[$

2)Dans le plan complexe , on considère les points A, M et N d'affixes respectives -1+i, $i+e^{i\theta}$ et $i-e^{i\theta}$

a)Mque les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont orthogonaux.

b)Mque lorsque θ varie dans]0, π[les points M et N varient sur un cercle $\mathscr{C}$ que l'on déterminera.

3)a)Déterminer en fonction de θ l'aire $\mathscr{A}(\theta)$ du triangle AMN.

b)Déterminer la valeur de θ pour laquelle l'aire $\mathscr{A}(\theta)$ est maximale et placer dans ce cas les points M et N sur le cercle $\mathscr{C}$.