Bac 2020 P :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Dans la **figure de l'annexe ci-jointe** (page 4/4), on a placé les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_B = \frac{1}{2}z_A^2$, ainsi que le milieu I du segment $[AB]$.

1) a) Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes z_A et z_B.

b) Vérifier que l'affixe du point I est $z_I = (\frac{1+\sqrt{3}}{2})(1+i)$.

2) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + 2z - 2(1+\sqrt{3})(1+i) = 0$.

Soit M et N deux points d'affixes respectives z et $\frac{1}{2}z^2$ où z est un nombre complexe non nul et différent de 2.

a) Montrer que le point I est le milieu de $[MN]$, si et seulement si, z est une solution de (E).

b) Justifier que z_A est une solution de (E).

3) Soit z_C la deuxième solution de (E), C le point d'affixe z_C et K le point d'affixe (-2).

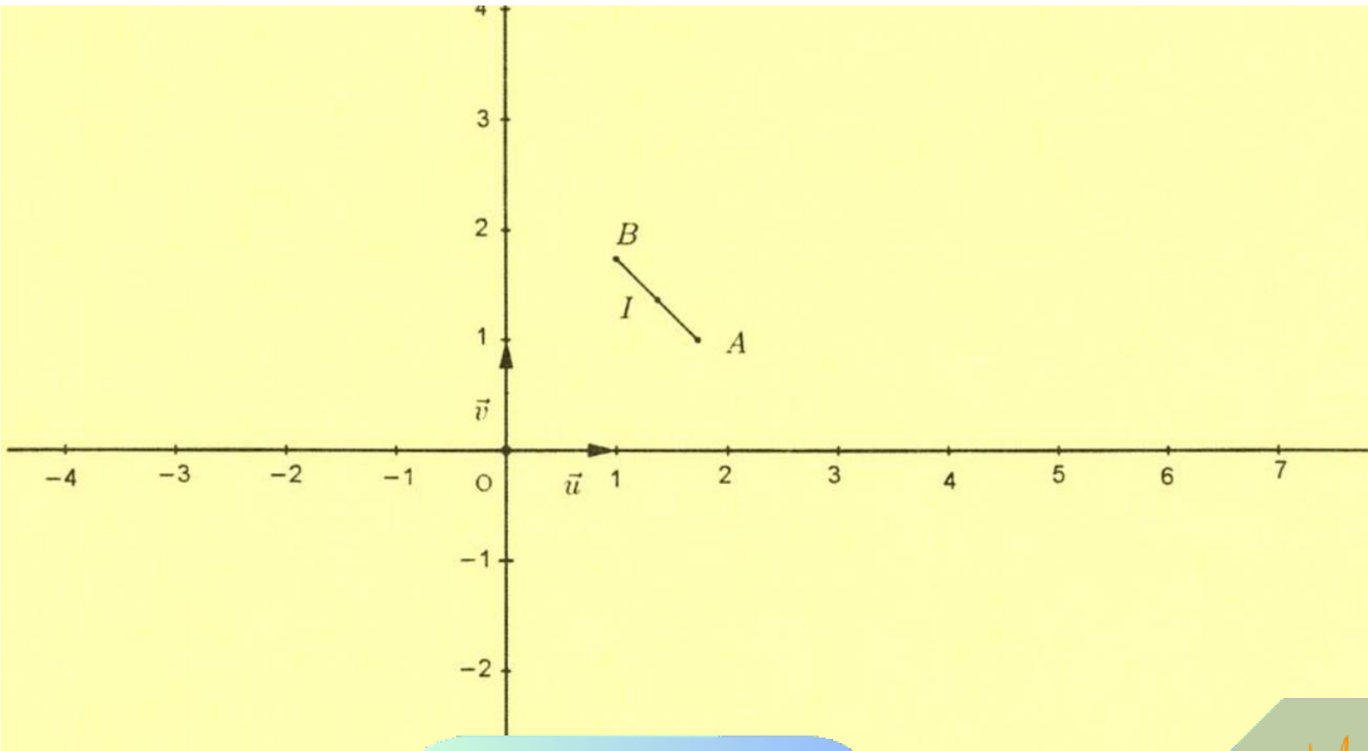
a) Donner la valeur de $z_A + z_C$.

b) Montrer que le quadrilatère OAKC est un parallélogramme. Construire alors le point C.

c) Soit le point D d'affixe $z_D = \frac{1}{2}z_C^2$. Construire dans l'annexe le point D.

4) a) Ecrire $(1+i)$ sous forme exponentielle. En déduire que $z_A \cdot z_C = 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})e^{i(\frac{5\pi}{4})}$

b) Montrer que les points O, A et D sont alignés.



Bac 2020 C :

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - 4iz - 3 = 0$.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Dans la **figure de l'annexe ci-jointe** (page 4/4), on a placé dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A , B et D d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = \sqrt{3} + i$ et $z_D = 3i$.

a) Placer dans le même repère le point C d'affixe $z_C = \sqrt{3} + 3i$.

b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

3) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre C et de rayon $\sqrt{3}$.

Justifier que la droite (OA) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$.

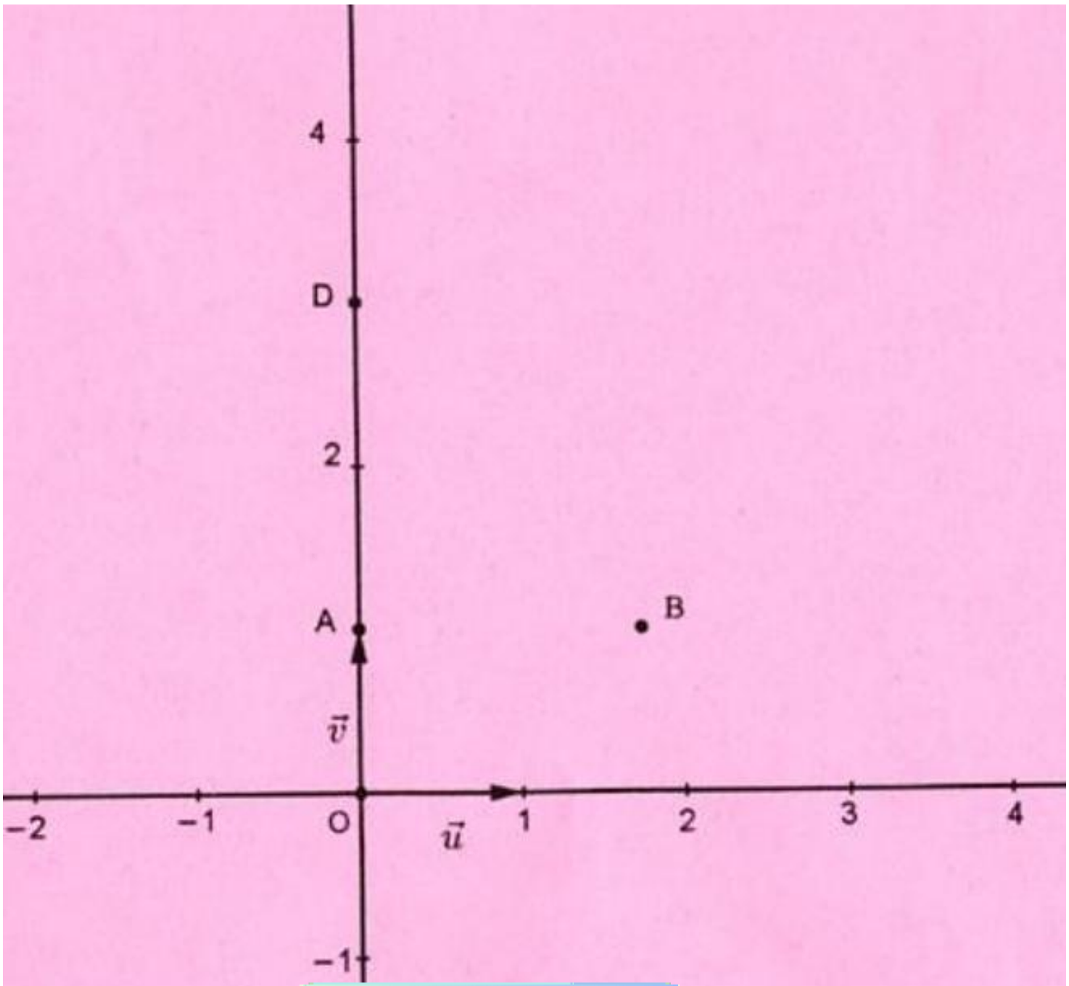
4) Soit M un point de la demi-droite $[OB)$ privé de O, d'affixe z_M.

a) Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle.

b) Justifier que $\arg(z_M) \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

c) Soit $r = OM$. Montrer que $z_M - z_C = (r - 3 - i\sqrt{3})e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}$.

5) Montrer que la droite (OB) et le cercle $(\mathcal{C})$ sont tangents en un point que l'on déterminera.



Bac 2019 C :

1) a) Vérifier que $(3+2i)^2 = 5+12i$.

b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1): $z^2+iz+1+3i=0$.

c) En déduire les solutions de l'équation (E_2) : $z^2-iz+1-3i=0$.

2) Déduire alors l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation

$(E): z^4+3z^2+6z+10=0$.

3) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 1+2i ,1-2i , -1-i et -1+i .

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

b) Montrer que ABCD est un trapèze.

c) Calculer l'aire de ce trapèze.

Bac 2018 C :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Dans **la figure 1** de l'annexe ci-jointe, (C) et (C') sont deux cercles de même centre O et de rayons respectifs $\sqrt{3}$ et 3.

I) 1/On considère le point P d'affixe $p = \sqrt{2} + i$.

a) Vérifier que le point P appartient à (C).

b) Construire le point P.

c) On désigne par α un argument du nombre p. Donner l'écriture exponentielle de p.

2/Soit Q le point du cercle (C') tel que $(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}) \equiv \alpha[2\pi]$. On note q l'affixe du point Q .

a) Donner une mesure de l'angle orienté $(\vec{u},\overrightarrow{OQ})$.

b) Ecrire le nombre complexe q sous forme exponentielle.

c) En déduire que $p^2 = q$ puis que $q = 1+2\sqrt{2}\, i$.

II) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, les équations

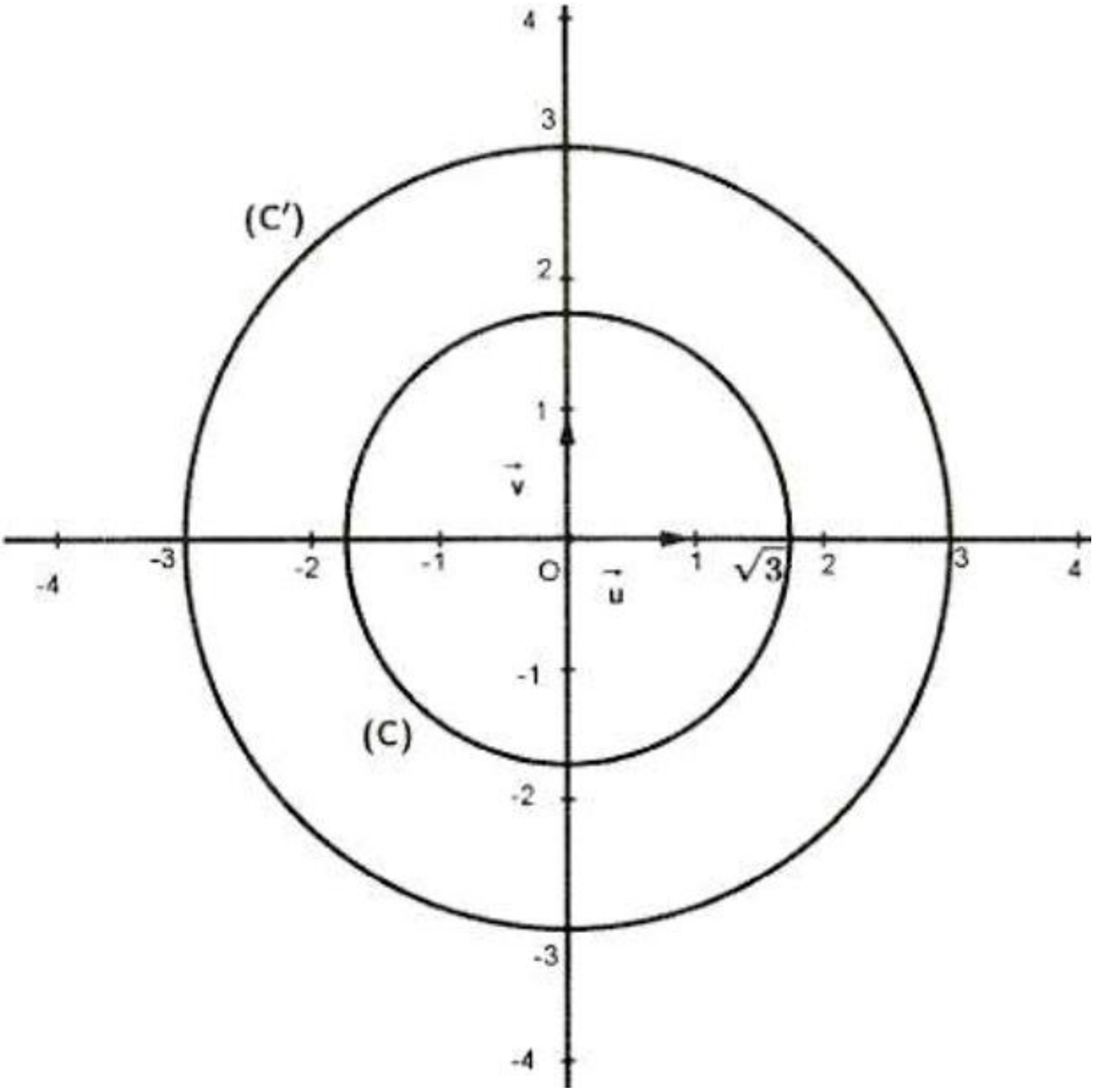
$(E): 16z^2-8z+9=0$ et $(E'): 16z^4-8z^2+9=0$.

1/ a) Montrer que les solutions de l'équation (E) sont les nombres $\frac{q}{4}$ et $\frac{\bar{q}}{4}$.

b) En déduire les solutions de l'équation (E').

2/ a) Construire dans l'annexe les points images des solutions de l'équation (E').

b) Montrer que ces points sont les sommets d'un rectangle.



Bac 2017 P :

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4\sqrt{5}\,i=0$.

a) Calculer $\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

b) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta=-3\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

c) En déduire que les solutions de (E) sont :

$$a=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{et} \quad b=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right).$$

Dans **la figure 1** de l'annexe ci-jointe, $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 3.

2) Soit Q le point d'affixe $\sqrt{5} + 2i$.

a) Montrer que le point Q appartient à (C).

b) Construire alors le point Q.

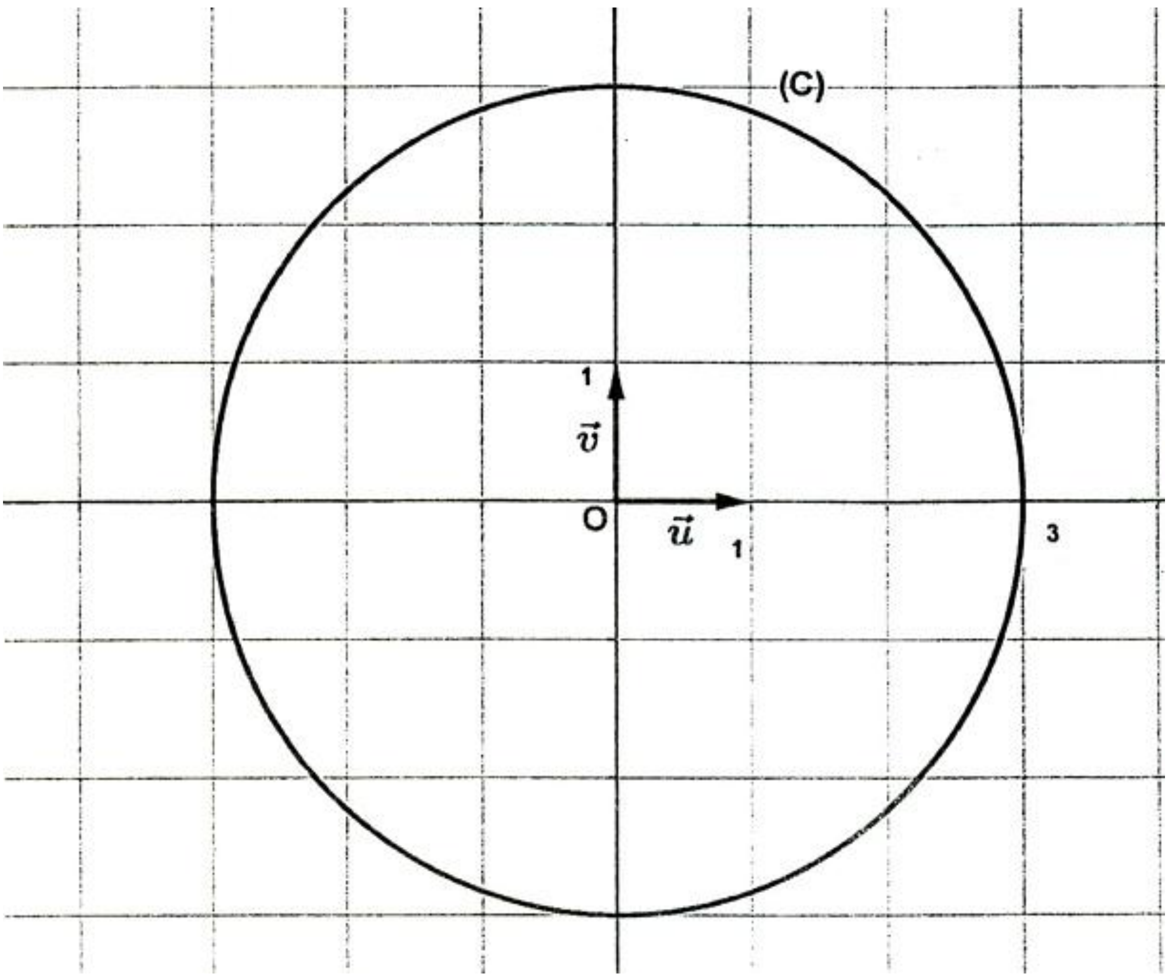
3) Soient A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes a et b.

a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle (C).

b) Vérifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ}$.

c) En déduire que le quadrilatère OAQB est un losange.

d) Construire alors les points A et B.



Bac 2016 P :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1) a) Construire, dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A et B.

b) Ecrire a et b sous forme algébrique.

2) La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B se coupent en un point C.

a) Déterminer l'affixe c du point C.

b) Vérifier que $c^2 = 1 + 2i\sqrt{6}$.

3) On considère le point D d'affixe c^2.

a) Montrer que $OD = 5$.

b) En déduire une construction du point D.

4) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $2z^2 - 2z - i\sqrt{6} = 0$.

On désigne par z_1 la solution dont la partie réelle et la partie imaginaire sont positives et par z_2 l'autre solution.

5) Soit les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives 1, z_1 et z_2.

a) Justifier que le point M_1 est le milieu du segment $[IC]$.

b) Montrer que le quadrilatère OCM_1M_2 est un parallélogramme.

c) Construire les points M_1 et M_2.

Bac 2015 P :

Dans l'annexe ci-jointe **(Figure 1)**, $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et (C) est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.

1/ Soit A le point d'affixe $a = 1 + i\sqrt{2}$.

a) Montrer que A appartient au cercle (C).

b) Placer A.

2/ On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 2i\sqrt{3}z - 6i\sqrt{2} = 0$.

a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $12a^2$.

b) En déduire que les solutions de l'équation (E) sont :

$z_1 = \sqrt{3}\,[-1$ … $+ i(1+\sqrt{2})]$

3/ On considère le point K d'affixe $z_K = i\sqrt{3}$ et on désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives z_1 et z_2.

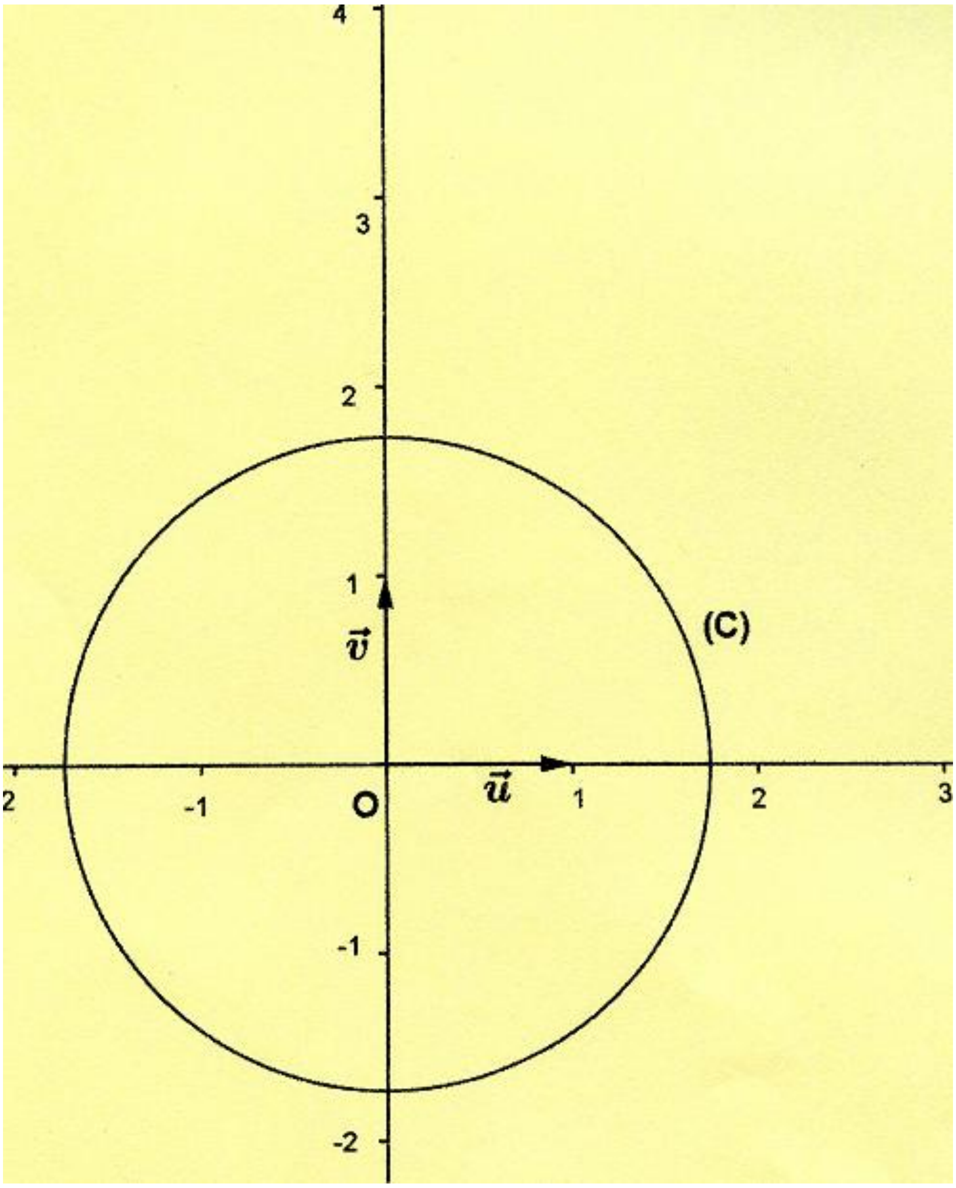
a) Vérifier que K est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

b) Montrer que $\dfrac{z_2 - z_1}{a} = 2\sqrt{3}$.

En déduire que la droite (M_1M_2) est parallèle à la droite (OA).

c) Montrer que $M_1M_2 = 6$.

d) Placer le point K et construire alors les points M_1 et M_2.



Bac 2015 C :

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 4e^{i\frac{\pi}{3}}z + e^{2i\frac{\pi}{3}} = 0$.

1/ a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $\left(2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

b) Résoudre l'équation (E) .On donnera les solutions sous forme exponentielle.

2/ Dans l'annexe ci-jointe, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et $\mathscr{C}$ est le cercle de centre le point I d'affixe $z_I = 1 + i\sqrt{3}$ et de rayon $\sqrt{3}$.

a) Écrire z_I sous forme exponentielle.

b) La droite (OI) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en deux points A et B tels que $OA < OB$.

Placer A et B, puis justifier que $OA = 2 - \sqrt{3}$ et $OB = 2 + \sqrt{3}$.

c) En déduire que les affixes respectives z_A et z_B des points A et B sont les solutions de l'équation (E).

Bac 2014 C :

On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{2}(1-i)z - 2i = 0$.

1) a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E).

2) a) Donner l'écriture exponentielle de $1 - i$.

b) Vérifier que pour tout nombre complexe z :

$$2\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right)^2 - \sqrt{2}(1-i)\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right) - 2i = -2i(z^2 - z + 1) .$$

c) Montrer que les solutions de l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ sont $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d) En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

e) Déterminer alors la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Bac 2011 P :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.

1) a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a et b .

b) Vérifier que $b^2=a$.

2) Soit C le point d'affixe $c=a+b$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Vérifier que $c=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2+z-c=0$.

a) Vérifier que b est une solution de l'équation (E).

b) On désigne par d la deuxième solution de l'équation (E).

Montrer que $d=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\left(\frac{-11\pi}{12}\right)}$

c) Placer alors, le point D d'affixe d.