M^{me} Mahjoubi Besma LPA	SERIE N°1	Septembre 2019 $4^{ème}$ M

EXERCICE 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$. On considère les points $A(2)$ et $B(3)$.

Soit Z un nombre complexe différent de 2 et $Z' = \frac{\bar{Z}-3}{\bar{Z}-2}$. On désigne par M et M' les points d'affixes respectives Z et Z'

1) a) Vérifier que $Z' - 1 = \frac{-1}{\bar{Z}-2}$.

b) En déduire que $IM' \times AM = 1$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{IM'}}\right) \equiv \pi[2\pi]$.

2) Construire le point M' lorsque M est un point du cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A et de rayon I.

3) Dans cette question, le point M appartient au cercle $\mathcal{C}_2$ de centre B et de rayon I.

a) Montrer qu'il existe un réel θ de $]-\pi, \pi[$ tel que $Z = 3 + e^{i\theta}$.

b) Ecrire $Z' - 1$ sous forme exponentielle.

c) Montrer que M' appartient à la droite Δ: $x = \frac{1}{2}$.

d) Construire alors le point M' .

EXERCICE 2:

Soit le nombre complexe $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) a) Calculer j^2 et j^3

b) Montrer que $1 + j + j^2 = 0$

2) Soit a, b, c trois nombres complexes tel que $a + bj + cj^2 = 0$

a) Montrer que $|a - b| = |b - c| = |c - a|$

b) Soit $A(1 + i)$ et $B(-i)$, déterminer un point C pour que le triangle ABC soit équilatéral