Exercice n°1 :

Soit (U_n) une suite réelle définie sur IN^* par : $U_n = \frac{n}{(n-1)!}$.

1-a- Vérifier que pour tout $n \in IN^*$: $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$.

b- Montrer alors que pour tout entier $n \geq 2$: $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{3}{4}$.

c- En déduire que la suite (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente.

2-a- Montrer que pour tout entier $n \geq 2$: $U_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} U_2$.

b- En déduire la limite de (U_n).

3- Soit pour tout entier $n \geq 2$: $S_n = \sum_{k=1}^{n} U_k$.

a- Montrer que pour tout entier $n \geq 2$: $0 < S_n \leq 1 + 8\left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}\right]$

b- En déduire la limite de S_n.

Exercice n°2:

Soit (U_n) la suite définie sur IN^* par : $U_1 = \frac{1}{4}$ et pour tout $n \in IN^*$, $U_{n+1} = \frac{U_n}{2+2U_n}$.

1-a- Montrer que pour tout $n \in IN^*$: $0 < U_n \leq 1$.

b- Montrer que (U_n) est décroissante, endéduire qu'elle est convergente et calculer sa limite.

2- Soit (V_n) la suite définie sur IN^* par : $V_n = 1 + \frac{1}{2U_n}$.

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 2.

b- En déduire que pour tout $n \in IN^*$: $U_n = \frac{1}{3 \times 2^n - 2}$.

c- Retrouver la limite de (U_n).

3- Soit (W_n) la suite définie sur IN^* par : $W_n = \frac{2^n}{n}$.

a- Montrer que pour tout $n \geq 3$: $\frac{W_{n+1}}{W_n} \geq \frac{3}{2}$.

b- Montrer par récurrence que pour tout $n \geq 3$: $W_n \geq 4\left(\frac{3}{2}\right)^{n-4}$.

c- Déterminer la limite de (W_n).

4- Soit (S_n) la suite définie sur IN^* : $S_n = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \frac{1}{U_3} + \cdots\cdots + \frac{1}{U_n}$.

a- Montrer que pour tout $n \in IN^*$: $S_n = 6n\left(W_n - \frac{n+3}{3n}\right)$.

b- En déduire la limite de la suite (S_n).

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Exercice n° 1:

On considère la suite (U_n) définie sur IN^* par : $U_n = \frac{n^2}{n!}$.

1-a- Montrer que pour tout entier $n \geq 2$: $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$.

b- En déduire que la suite (U_n) est. décroissante.

2-a- Vérifier que pour tout entier $n \geq 3$: $U_n = \frac{n}{(n-1)^2} U_{n-1}$

b- En déduire que pour tout entier $n \geq 3$: $0 \leq U_n \leq \frac{n}{(n-1)^2} U_2$

c- Montrer alors que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3- Soit (V_n) la suite définie sur IN^* par : $V_n = n^n(n!) - n^{n+2}$.

a- En exprimant V_n en fonction de U_n et montrer que pour tout entier $n \geq 4$: $V_n \geq n(1 - U_n)$.

b- En déduire la limite de (V_n)

Exercice n°2:

on pose pour tout n de IN^* $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k}$

1. a) Etudier la monotonie de (S_n)

b) Montrer que pour tout n de IN^*, $S_{2n} - S_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k+n}$

c) En déduire que pour tout n de IN^*, $S_{2n} - S_n \geq \frac{1}{2}$

d) Montrer alors $\lim S_n = +\infty$

2. a) Montrer que pour tout $k \in IN^*$, $\frac{1}{2k} \leq \sqrt{k} - \sqrt{k-1}$

b) En déduire que pour tout n de IN^* , $S_n \leq 2\sqrt{n}$

c) Calculer alors $\lim \frac{S_n}{n}$

Exercice n°3:

Soit la suite (U_n) définie sur IN par : $U_0 = 1$ et pour tout $n \in IN$, $U_{n+1} = U_n + \frac{1}{U_n}$.

1-a- Montrer que pour tout $n \in IN$: $U_n \geq 1$.

b- Montrer que (U_n) est croissante et en déduire qu'elle est divergente.

2- Soit la suite (W_n) définie sur IN par : $W_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{U_k}$, montrer que $\lim_{n \to +\infty} W_n = +\infty$.

3- Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = U_{n+1}^2 - U_n^2$.

a- Montrer que pour tout $n \in IN$: $V_n \geq 2$ et en déduire que pour tout $n \in IN$: $U_n \geq \sqrt{n}$

b- Montrer alors que pour tout $n \in IN^*$: $2 \leq V_n \leq 2 + \frac{1}{n}$ et calculer $\lim_{n \to +\infty} V_n$.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math