Lycée Pilote Sfax A/S : 2019-2020	Série N°18 (Fonction racine n ième)	4 ème Math Mr Jellali

Exercice 1

1) Simplifier les nombres suivants :

$a=\dfrac{\sqrt[3]{16}\sqrt[3]{4}-1}{\sqrt[3]{27}}$ $\qquad$ $b=\sqrt[5]{4\sqrt{2}}-\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$.

2) Soit x un réel de $\mathbb{R}_+\setminus\{0,1\}$. Montrer que $\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}-x}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}_+$ les équations suivants :

a) $\sqrt[3]{3}=\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ b) $\sqrt[3]{x^2}-4\sqrt[3]{x}+3=0$.

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x+1}$. $\qquad$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{x}$. $\qquad$ 3) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{x}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par $f(x)=x-1-3\sqrt[3]{x-1}$.

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenue.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2)a) Déterminer les abscisses des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

b) Tracer C_f.

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[2,+\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $]-2,+\infty[$ puis calculer $(g^{-1})'(0)$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt[3]{x^2+2x-3}$.

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que la droite $\Delta: x=-1$ est un axe de symétrie pour C_f

2)a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenue.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[1,+\infty[$.

3) Déterminer la nature de la branche infinie de C_f en $+\infty$.

4) Construire C_f.