EXERCICE N°1

La fonction f a pour tableau de variation :

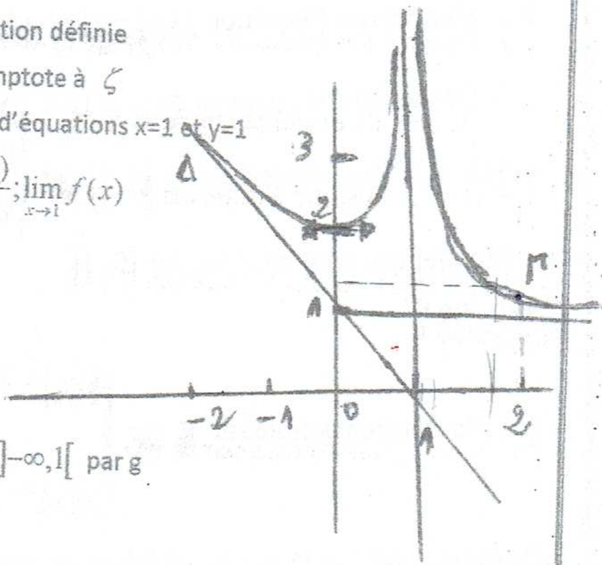
x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\infty$

Donner en utilisant ce tableau les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(-1+\frac{1}{x})$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(\frac{1}{x})$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{-1}{x^2+1})$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} \frac{1}{f(x)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{2-x^2}{2+x^2})$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{1+x^2}{2x-1})$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)+3}$

EXERCICE N°2

Sur le dessin ci-contre (ζ) est la courbe représentative d'une fonction définie et continue en tout réel différent de 1 .On sait que Δ est une asymptote à ζ au voisinage de $-\infty$. ζ admet deux autres asymptotes les droites d'équations x=1 et y=1



1)Par lecture graphique déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$;$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

2)Soit g la fonction définie sur IR par $\begin{cases} g(x) = fof(x) \\ g(1) = 1 \end{cases}$

a)déterminer g(2) ;g(0) ; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

b)Montrer que g est continue sur $]-\infty,1[$ c)Déterminer l'image de $]-\infty,1[$ par g

EXERCICE N°3

Soit la fonction f : $x \mapsto \begin{cases} \dfrac{2x+\cos x-1}{x} & \text{si } x \prec 0 \\ \dfrac{x^2+2}{(x-1)^2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1)a) Déterminer l'ensemble de définition de f

b) Montrer que f est continue en 0

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$; Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; interpréter graphiquement le résultat obtenue

2) Montrer que f est minorée par 1 sur $]1,+\infty[$

3) Soit g la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par : $g(x)=\tan\left[\dfrac{\pi(x-1)^2}{2(x^2+2)}\right]$

a) Montrer que pour tout x de $]1,+\infty[$; $0 \prec \dfrac{\pi(x-1)^2}{2(x^2+2)} \prec \dfrac{\pi}{2}$

b) Montrer que g est continue sur $]1,+\infty[$; calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)$

EXERCICE N° 4

On considère l'équation (E) : $\cos x = \frac{2}{3}x$ 1) Montrer que si x est solution de (E) alors $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

2) Montrer que (E) admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$

EXERCICE N° 5

1. Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=1-\sqrt{\frac{x}{x+2}}$.

   On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter.

   b. Montrer que f est strictement décroissante sur $[0,+\infty[$.

   c. Construire C_f.

2. Soit g la fonction définie sur $[0,1[$ par $g(x)=\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $x\in[0,1[$.

   a. Montrer que g est strictement croissante sur $[0,1[$.

   b. Tracer dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe C_g de g.

3. a. Montrer que l'équation $f(x)=g(x)$ admet une unique solution α dans $\left]0,\frac{1}{2}\right[$.

   b. Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

4. Soit h la fonction définie sur $[0,1]$ par $\begin{cases} h(x)=f\circ g(x) \text{ si } x\in[0,1[, \\ h(1)=0. \end{cases}$

   Montrer que h est continue sur $[0,1]$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=2+\cos\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x\in]-\infty,-1] \\ f(x)=\frac{2\left(\sqrt{x+2}-1\right)}{x+1} & \text{si } x\in]-1,+\infty[\end{cases}$

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que f est continue en -1.
2. Déterminer la nature des branches infinies de C_f.
3. Montrer que f est strictement décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty,-1]$ et $]-1,+\infty[$.
4. a. Etudier la dérivabilité de f à droite en -1.

   b. Montrer que f est dérivable à gauche en -1 et que $f'_g(-1)=0$.

5. Tracer C_f.