Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°1**	$4^{ème}$ Math

Exercice 1

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que les points images des nombres complexes 1, z et $1+z^2$ soient alignés

Exercice2

Déterminer les ensembles des points $M(z)$ tels que :

a) z^2 est imaginaire. b) $\dfrac{z}{iz-1}$ est réel. c) $|z+2i|=|iz+2|$. d) $\left|\dfrac{z}{z+2}\right|=2$.

Exercice 3

Soit z un nombre complexe non nul et $Z=\dfrac{z^2+16}{2z}$.

Soit $M(x,y)$ le point d'affixe z dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) a) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que Z soit réel.

b) Exprimer dans ce cas Z en fonction de x seulement.

2) On désigne par **C** le cercle de centre O et de rayon 4.

Soit $f: \mathbf{C} \to P$
$M(z) \mapsto M'(Z)$. Caractériser l'application f.

Exercice 4

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère trois points A, B et C distincts deux à deux d'affixes respectives a, b et c vérifiant la relation $a+bj+cj^2=0$ où $j=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

1) Vérifier que $1+j+j^2=0$.

2) Montrer que $a-c=j(c-b)$.

3) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 5

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé dirrect $(O,\vec{u},\vec{v})$.

A tout point $M(z)$ on associe le point $M'(z')$ tel que $z'=\dfrac{z(1+i\bar{z})}{1+z\bar{z}}$.

On désigne par A le point d'affixe i et A′ le point d'affixe $-i$.

1) Déterminer les points M confondus avec leurs images M'.

2) Montrer que les points A, M et M' sont alignés.

3) a) Prouver que pour tout $z\in\mathbb{C}^*\setminus\{-i\}$, $\arg(z')\equiv\dfrac{\pi}{2}+\left(\widehat{\overrightarrow{MA'},\overrightarrow{MO}}\right)[2\pi]$.

b) En déduire que si M appartient au cercle de diamètre $[OA']$ privé de O et A', alors le point M' appartient à une droite à préciser.

Donner la construction du point M' image d'un point $M\in\mathbf{C}_{[OA']}\setminus\{O,A'\}$.

4) Montrer que pour tout $z\in\mathbb{C}\setminus\{i\}$, $(|z'-z|=|z'-i|)$ ssi $(|z|=1)$.

En déduire que si $M\in\mathbf{C}_{(O,1)}\setminus\{A\}$ alors M'est le milieu du segment $[AM]$.