Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°6**	$4^{ème}$ Math

Exercice 1

1. Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = 1 - \sqrt{\frac{x}{x+2}}$.

   On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter.

   b. Montrer que f est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.

   c. Construire C_f.

2. Soit g la fonction définie sur $[0, 1[$ par $g(x) = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $x \in [0, 1[$.

   a. Montrer que g est strictement croissante sur $[0, 1[$.

   b. Tracer dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe C_g de g.

3. a. Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ admet une unique solution α dans $\left]0, \frac{1}{2}\right[$.

   b. Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

4. Soit h la fonction définie sur $[0, 1]$ par $\begin{cases} h(x) = f \circ g(x) \text{ si } x \in [0, 1[, \\ h(1) = 0. \end{cases}$

   Montrer que h est continue sur $[0, 1]$.

Exercice 2

1. Soit f la fonction définie sur $[-1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}+1} - 1$.

   On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   a. Etudier la dérivabilité de f à droite en -1. Interpréter le résultat.

   b. Montrer que f est strictement décroissante sur $[-1, +\infty[$.

   c. Tracer la courbe C_f.

2. Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \cos(\pi f(x))$.

   On désigne par C_g la courbe de g dans un autre repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

   a. Montrer que la fonction g est continue sur $[0, +\infty[$.

   b. Montrer que g est dérivable à droite en 0.

   c. Montrer que g est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$.

   d. Déterminer la nature de la branche infinie de C_g.

   e. Calculer $g(8)$ et tracer la courbe C_g.