

Ex 1) Soit la fonction réelle f définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} - 3x + 4$$

soit (C) la courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1) Montrer que la droite D d'équation $y = -4x + \frac{11}{2}$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$

2) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote que l'on déterminera

Ex 2) On donne la courbe (C) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'une fonction numérique f à variable réelle x

1) Donner le domaine de définition de f et les intervalles où la fonction f est continue

2) Déterminer les équations des asymptotes à (C)

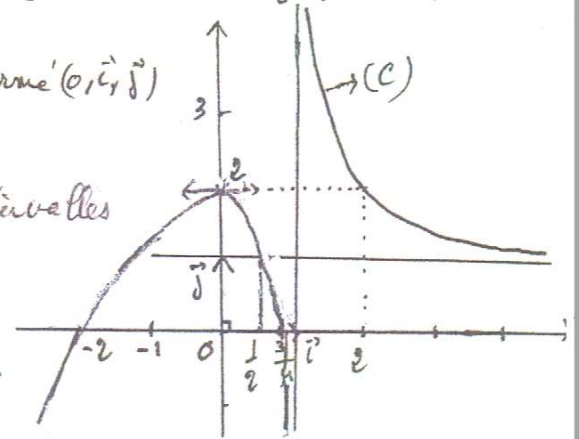
3) Indiquer la branche infinie au voisinage de $-\infty$

4) Déterminer les limites de f en $-\infty, +\infty, 1^-, 1^+$

5) Donner le tableau de variation de f

6) Donner le signe de $f(x)$

7) Donner les images par f des intervalles $]-\infty, \frac{1}{2}[$; $]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$; $]\frac{1}{2}, 1[$; $]\frac{1}{2}, +\infty[$

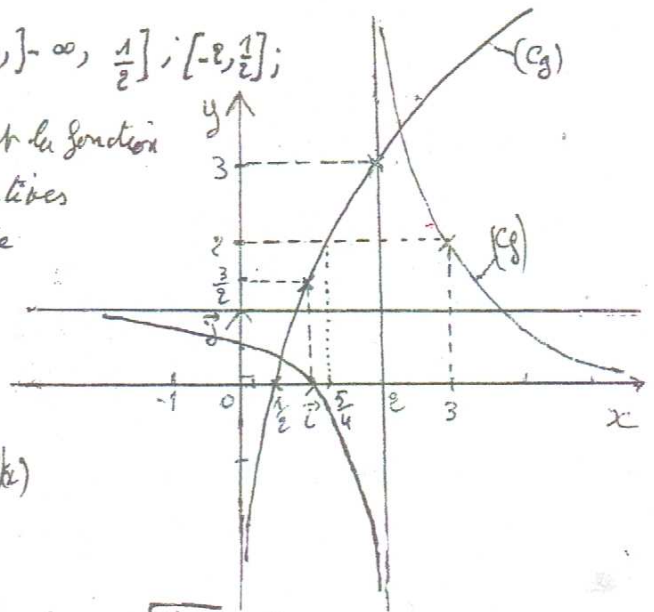


Ex 3) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et la fonction g définie sur \mathbb{R}^* de courbes représentatives (C_f) et (C_g) respectivement dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (ci-contre)

1) Dresser le tableau de variation de f et de g

2) Déterminer le domaine de définition de $g \circ f$ et de $f \circ g$

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} (g \circ f)(x)$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} (f \circ g)(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f \circ g)(x)$



Ex 4) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{x} & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ \frac{x^2 \sin(\frac{x}{x})}{1+x} & \text{si } x \in]0, +\infty[\end{cases}$$

1) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$ $|f(x)| \leq x^2$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
 b) Montrer que f admet un prolongement par continuité en 0
 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ interpréter graphiquement les résultats obtenus

3) Soit g la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $g(x) = f(-\sqrt{1+x})$
 a) Montrer que g est continue sur $]-1, +\infty[$
 b) Montrer que l'équation $g(x) = -\frac{1}{4}$ admet dans l'intervalle $]0, 1[$ au moins une solution α

