Exercice 4

Déterminer la primitive F sur I de la fonction f vérifiant $F(x_0)=y_0$ dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=(x^2+3)^2$; $I=\mathbb{R}$; $F(0)=0$

2) $f(x)=x\sqrt{x+1}$; $I=[-1,+\infty[$; $F(0)=\frac{2}{5}$

3) $f(x)=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$; $I=\mathbb{R}$; $F(-1)=1$

4) $f(x)=\frac{3x+1}{\sqrt{x}}$; $I=]0,+\infty[$; $F(1)=2$

5) $f(x)=\frac{4x+2}{\sqrt{x^2+x+1}}$; $I=\mathbb{R}$; $F(0)=2$

Exercice 5

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\cos^4 x$ et $g(x)=\sin^4 x$.

1) a) Montrer que pour tout réel x : $f(x)=\frac{1}{8}\cos(4x)+\frac{1}{2}\cos(2x)+\frac{3}{8}$

b) Donner une primitive F de f sur $\mathbb{R}$

2) Par une méthode analogue, donner une primitive G de g sur $\mathbb{R}$

3) Montrer que pour tout réel x, $f(x)+g(x)=1-2\cos^2(x).\sin^2(x)$

En déduire une primitive H sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\cos^2(x).\sin^2(x)$

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

1) Dresser le tableau de variations de f.

2) Soit F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en zéro.

a. Montrer que F est impaire

b. Montrer que pour tout $x\in[0,+\infty[: x\le F(x)\le 2x$

c. En déduire la limite de F en $+\infty$

d. Dresser le tableau de variations de F

3) Soit G la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par: $G(x)=F(\cos x)$

a- Dresser le tableau de variations de G (on admet que $G(0)=1.5$)

b- Donner l'allure de la courbe de G sur autre repère orthogonal $(o,\vec{u},\vec{v})$