Exercice1 :

Répondre par Vrai ou Faux.

1)Toute primitive d'une fonction positive ou nulle est positive ou nulle.

2)Toute fonction continue est la primitive d'une fonction continue.

3)Si f est une fonction continue, alors –cos(f(x)) est une primitive de sin(f(x)).

4)Toute primitive de $\sin^8(x)$ est une fonction impaire.

5)Toute primitive de $\sin^9(x)$ est une fonction paire.

Exercice 2:

Déterminer une primitive des fonctions suivantes.

$f(x) = x(x^2+1)^4$, $f(x) = \tan x + (\tan x)^3$, $f(x) = \cos^3 x$; $f(x) = (\cos x)^2(\sin x)^3$.; $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}$,

$f(x) = (1-x)\sqrt{x}$; $f(x) = \sin 2x\cos 3x$; $f(x) = \dfrac{1}{1-\cos x}$; $f(x) = \dfrac{1}{1+\cos x}$; $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-4x+3}}$;

$f(x) = \dfrac{x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$;$f(x) = \dfrac{1}{x^2\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$, $f(x) = x^2\sqrt{x-1}$, $f(x) = x\cos(x^2)$, $f(x)=\frac{3x}{\sqrt{1+x^2}}$, $f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x}}$

Exercice 3:

Soit f la fonction définie sur]-3,+∞ [par $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$ et F la primitive de f sur]-3,+ ∞ [qui s'annule en 0.

1)Etudier les variations de la fonction F sur]-3; +∞ [.

2)Etudier le signe de F(x) sur [-3; +∞ [.

3)Soit g la fonction définie sur]-3; + ∞[par g(x) = F(x) - x.

a) Démontrer que g est décroissante sur]-3; + ∞[.

b) En déduire que : si x > 0, alors F(x) < x.

Exercice 4:

Soit $f(x) = \dfrac{2x+3}{(x-1)^3}$

1)Déterminer deux réels a et b tels que, $f(x) = \dfrac{a}{(x-1)^2} + \dfrac{b}{(x-1)^3}$

2)En déduire une primitive de f sur]-∞, 1[

3)Donner la primitive de f vérifiant F(0)=1

Exercice 5

Soit f et g deux fonctions définies sur IR par f(x)=cosx cos2x et g(x)=sinx sin2x

1) Déterminer une primitive de f-g et de f+g

2) En déduire les primitives de f et g

Exercice 6:

f est la fonction définie sur $[-\frac{5}{3}, +\infty[$ par f(x)= $\sqrt{3x+5}$

1)Déterminer les réels a et b pour que la fonction U telle que U(x)= (ax+b) $\sqrt{3x+5}$

soit une primitive de f sur $[-\frac{5}{3}, +\infty[$

2) En déduire la primitive F de f telle que F(11/3)=7

Exercice 7:

Soit h (x) = $\sqrt{4-x^2}$

a/ Montrer que h admet une primitive H sur

[-2, 2] vérifiant H (0) = 0

b/ Soit g (x) = H (2cosx), x$\in$[0, π].

Montrer que g est dérivable sur [0, π] et que g'(x) = - 4 $\sin^2$x.

Calculer g ($\frac{\pi}{2}$) puis déduire g (x).

Exercice 8:

Déterminer les primitives des fonctions f (x) = x cosx et g (x) = x sinx,

après avoir calculé leurs … dérivées.

Exercice 9:

h étant la primitive définie sur]0, +∞[de la fonction f (x) = $\frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.

1°) Etudier les variations de h et déduire que h est une bijection.

2°) Déduire le signe de h (x) sur]0, +∞[.

3°) Soit G (x) = h (ax), où a$\in$IR*+

Montrer que G est une primitive de f .

Déduire que $\forall$x>0 et a>0, h (ax) = h(a)+ h (x).

h($\frac{1}{x}$) = - h (x) , h ($\frac{x}{a}$) = h (x) - h (a).

Exercice 10:

On considère la fonction f définie sur R par f(x)= $\frac{1}{1+x^2}$

F désigne la primitive de f qui vérifie F(0)=0 .

1) Démontrer que F est une fonction impaire

2)on pose $\forall \epsilon] -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$ h(x)= F(tan(x))

a) justifier que h est dérivable sur $]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$

et calculer sa dérivée

b)Conclure que l'on a F(tan(x)) = x

c) en déduire la valeur exacte de F($\frac{1}{\sqrt{3}}$)) et de F(1)

3) on pose G(x) = F(x) + F($\frac{1}{x}$)

a) calculer sa dérivé

b) En déduire que F(x) = $\frac{\pi}{2}$ - F($\frac{1}{x}$)

c) Que vaut F($\sqrt{3}$) ?

d) Déterminer la limite de F(x) l'orque x tend vers +∞

4)Déterminer le sens de variation de F puis dresser son tableau de variation

5)On note T la tangente a C au point d'abscisse 0.

a)Déterminer l'équation réduite de T.

Etudier la position de C par rapport a sa tangente T au point 0.

6)On pose pour tout entier naturel n, S(n) =$\sum_{k=0}^{n} F(\frac{1}{1+k(1+k)})$

a) Démontrer que pour tous réels a et b positifs ou nuls on a:F(a)-F(b) = F($\frac{a-b}{1+ab}$)

b) Vérifier que S(n) = F(n) et en déduire que la suite S est convergente.

Exercice 11 :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0;+1[par f(x) =$\frac{x^2+1}{x^2+x+1}$

1) a) Calculer la limite de f en +1.

b) Etudier les variations de f

2) Soit F la primitive de f sur [0;+∞[qui s'annule en 0.

Déterminer le sens de variation de F sur [0;+∞[.

3) On définit sur [0;+∞[les fonctions H et K par H(x) = F(x) − x, et K(x) = F(x) − $\frac{2}{3}x$

a) Etudier sur [0;+∞[les variations de H et K.

b) Montrer que, pour tout x ≥ 0, $\frac{2}{3}x \leq F(x) \leq x$

c) En déduire la limite