Exercice 2

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes.

1. 1. Soit f un déplacement, g antidéplacement tels que f (A) = B et g (B) = A avec $A \neq B$.
   Alors g ∘ f est une rotation
2. La composée de deux rotations peut être une translation
3. La seule droite globalement invariante par une symétrie glissante g est l'axe de g
4. . Soit f l'application du plan complexe qui à M(z) associe le point M(i $\bar{z}$),
   Alors f est une symétrie glissante

Exercice 2

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct et soit $\mathcal{C}$son cercle circonscrit.
La médiatrice de [BC] recoupe $\mathcal{C}$en E, la droite (BE) coupe (AC) en F

1) a) Montrer que le triangle ABF est rectangle en B et que le point C est le milieu de [AF]
   b) Montrer que la droite (EC) est la médiatrice de [AF]
2) on considère les isométries $f = S_{(AC)}oS_{(AB)}$ et $g = S_{(BE)}oS_{(EC)}$
   a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des isométries f et g
   b) Déterminer et construire les droites Δ_1 et Δ_2 telles que
   $f = S_{(AE)}oS_{\Delta_1}$ et $g = S_{\Delta_2}oS_{(AE)}$
   c) Montrer que Δ_1 et Δ_2 sont parallèles puis identifier gof
3) soit Δ_3 la parallèle à (AE) issue de B, vérifier que $S_{(BE)}oS_{(AB)} = S_{\Delta_3}oS_{(CB)}$
4) soit l'isométrie $\psi = S_{(AE)}oS_{(BE)}oS_{(AB)}$
   Montrer que c'est une symétrie glissante et donner sa forme réduite

Exercice 3

Le plan est rapporté a un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considéré les points
$A(a=1)$, $B\left(b=e^{i\frac{\pi}{3}}\right)$ et $C\left(c=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

1) Montrer que OACB est un losange
2) Soit f l'application du plan dans lui-même qui n'a tout point $M(z)$ Associe le point $M'(z')$ tel que

$$z' = e^{-i\frac{2\pi}{3}}z+\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Et Soit g l'application du plan dans lui-même qui n'a tout point $M(z)$ Associe le point $M'(z')$ tel que

$$z' = e^{-i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}+\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f

3) a. Donner une mesure de $\left(\widehat{\vec{AO},\vec{AB}}\right)$ puis déduire la droite Δ tel que $f = S_{\Delta}\circ S_{(AO)}$
   b. Montrer que $g = f\circ S_{(AO)}$.
   c. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de

Exercice 4

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en C tel que $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Soient $D = R(C)$ et $R^{-1}(B) = E$, on désigne par I le milieu de $[CD]$

1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = D$ et $f(C) = A$

b) Caractériser f

2) Soit $g = f \circ R$

a) Montrer que g est une translation dont on précisera le vecteur

b) Soit $F = g(E)$. Montrer que le triangle BIF est rectangle et isocèle

c) Montrer que les points C,A et F sont alignés

3) Soit h antidéplacement tel que $h(A) = D$ et $h(C) = A$

a) Montrer que h est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

b) Caractériser l'isométrie $\psi = f^{-1} \circ h \circ h \circ f^{-1}$

4) Soit G le point du plan tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IG}$

a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que $\varphi(I) = G$ et $\varphi(C) = D$

b) Montrer que φ est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

Exercice 5

Le plan est orienté dans le sens direct.

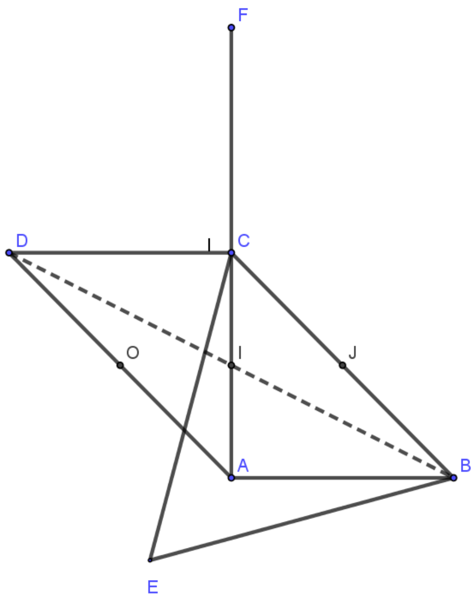
Soit ABCD un parallélogramme tel que $AB = AC = 1$

et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

BCE est un triangle équilatéral direct ,

F est la symétrie de A par rapport a C

J est le milieu de $[BC]$ et O le milieu de $[AD]$



1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = C$ et $f(B) = F$

b) Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle

c) Déterminer $f(C)$ et montrer que O est le centre de f

2) Soit $g = R_{\left(B,-\frac{\pi}{6}\right)} o R_{\left(E,-\frac{\pi}{3}\right)}$. Déterminer $g(C)$ et caractériser g

3) Soit M un point du plan. On pose $M_1 = f(M)$ et $M_2 = g(M)$

a) Caractériser gof^{-1}

b) Montrer que si M varie le milieu de $[M_1M_2]$ est un point fixe

c) Déterminer l'ensemble des point M tels que $M_1M_2 = AD$

4) a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que $h(A) = D$ et $h(B) = C$

b) Montrer que h est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

5) Le plan est rapporté a un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Soit Φ l'application du plan dans lui-même qui n'a tout point M d'affixe z associe le point M'd'affixe z' tel que $\quad z' = i\bar{z} + i$

a) Déterminer l'affixe du point E

b) Déterminer l'écriture complexe de f et vérifier que $\Phi = foS_{(AB)}$

c) Caractériser alors Φ