EXERCICE N°1

Dans le plan orienté, on considère un carrée ABCD de centre I tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit E le symétrique de B par rapport à A

1) Soit φ une isométrie vérifiant φ (A)=C et φ (C)=A

a) Montrer que φ (I)=I

b) Vérifier que si φ (D) =D alors φ est une symétrie orthogonale que l'on précisera

2) On suppose que φ (D) $\neq$ D

a) montrer que φ (D)=B

b) Soit g = $\varphi \, 0 \, S_{(AC)}$ Vérifier que g fixe I et B . Caractériser alors φ

3) Soit h= $r_{\left(E,\frac{-\pi}{2}\right)} 0 \, t_{\overrightarrow{BD}}$ en décomposant convenablement $r_{\left(E,\frac{-\pi}{2}\right)}$ et $t_{\overrightarrow{BD}}$ comme produit en symétries orthogonales déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h

4) Soit $\psi = t_{\overrightarrow{BD}} 0 S_{(AB)}$ montrer que ψ est une symétrie glissante dont on précisera sa forme réduite

EXERCICE N°2

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par ζ le cercle de centre A et de rayon AB et par H milieu de $[BC]$; la demi droite $[HA)$ coupe ζ e n E et soit D= $S_A(C)$ et E'=$S_{(AC)}(E)$

1) Caractériser l'application $r = S_{(AC)} 0 S_{(AH)}$ déduire que EB=E'C

2)a) Montrer que (BD) et (AH) sont parallèles caractériser t= $S_{(AH)} 0 S_{(BD)}$

b) Soit $A' = S_{(BD)}(A)$ Déterminer t(A') et déduire que ACBA' est un losange

3) Montrer que f= $t_{\overrightarrow{DC}} 0 S_{(BD)}$ est une symétrie glissante que l'on caractérisera

EXERCICE N°3

Soit A et B deux ponts distincts du plan et f une isométrie qui laisse globalement invariant le segment $[AB]$

1) Déterminer l'image par f du point I milieu de $[AB]$

2) En déduire toutes les isométries qui laissent globalement invariant $[AB]$

EXERCICE N°4

Soit OAB un triangle équilatéral direct. On désigne par Δ la droite perpendiculaire à (OA) en O et (D) la médiatrice de $[AB]$ et par S_1, S_2, S_3 et S_4 les symétries orthogonales d'axes respectives (OA), (OB) , Δ et (D)

On note $f = S_3 0 S_2 0 S_1$

1) Montrer que $f = S_3 0 R$ avec R est une rotation que l'on caractérisera

2) Montrer que R = $S_3 0 S_4$ puis identifier f

EXERCICE N°5

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ Soit f une isométrie laissant invariant ABC

1) Montrer que le centre de gravité G de ABC est fixe par f

2) a)supposons que f(A)=A Déterminer f

b)supposons que f(A)=B Déterminer f

c) En déduire toutes les isométries qui laissent ABC invariant