Exercice n°1

Dans le graphique ci-contre ABCDEF est un hexagone régulier direct de centre O. Soit f une isométrie du plan tel que : $f(A)=O$ et $f(B)=D$; $g=f\circ t_{\overrightarrow{OA}}$

1°) a) Determiner $g(O)$ et $g(C)$

b) Quelles sont les natures possibles de g ?

2°) Soit I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [CD] et [AF]

on suppose que g est une rotation

a) Determiner son centre et son angle.

b) Caracteriser les isometries $S_{(OC)}\circ S_{(OI)}$ et $S_{(OI)}\circ S_{(BF)}$

c) Determiner alors l'isometrie f.

3°) on suppose que g est une symetrie orthogonale

a) Determiner l'axe de g.

b) Caracteriser l'isometrie $S_{(OJ)}\circ t_{\overrightarrow{AK}}$

c) En déduire que f est une symetrie glissante dont on donnera l'axe et le vecteur

Exercice n°2

Dans le plan orienté, on donne un losange ABKI, tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI})\equiv\frac{\pi}{3}\,[2\pi]$

on note J, O les milieux respectifs de [AI] et [IK]

et $C=S_I(A)$ et $B'=S_I(K)$. on se propose de caracteriser les isometries f qui transforme A en I et I en K.

1°) on pose $g=f\circ t_{\overrightarrow{BA}}$

a) Déterminer $g(B)$ et $g(K)$

b) Caracteriser alors les isometries g.

c) En déduire que $f=S_{(AK)}\circ t_{\overrightarrow{AB}}$ ou $f=R_{(K,-\frac{\pi}{3})}\circ t_{\overrightarrow{AB}}$

2°) on pose $f_1=R_{(K,-\frac{\pi}{3})}\circ t_{\overrightarrow{AB}}$.

on designe par H le projeté orthogonal de K sur la dte (AB).

a) Determiner les axes Δ et Δ' telles que

$R_{(K,\frac{\pi}{3})}=S_\Delta\circ S_{(BK)}$ et $R_{(B,-\frac{\pi}{3})}=S_{(BK)}\circ S_{\Delta'}$.

b) En déduire que $R_{(K,\frac{\pi}{3})} \circ R_{(B,-\frac{\pi}{3})} = t_{\overrightarrow{AB}}$

c) Identifier alors l'isométrie f_1.

3°) on pose $f_2 = S_{(AK)} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$ et $D = S_B(A)$

a) Mq $f_2(B') = B$ et $f_2(B) = C$, $f_2(A) = I$.

b) Mq $f_2 = t_{\overrightarrow{JO}} \circ S_{(JO)}$

4°) soit $\varphi = f_2^{-1} \circ f_1$

a) Determiner $\varphi(A)$, $\varphi(I)$ et $\varphi(B)$ puis caractériser φ

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient : $f_1(M) = f_2(M)$.

Exercice n°3

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé direct du plan. On considère l'application f du plan dans lui même, qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$, associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$

avec $\begin{cases} x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 2 \\ y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 2. \end{cases}$

1°) Exprimer z' en fonction de $\bar{z}$

2°) Montrer que f est une isométrie qui n'admet aucun point invariant

3°) En déduire la nature de f