Les choses de la vie, comme les ondes de l'océan, se composent
Et se décomposent sans cesse. *VICTOR HUGO*

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1: (VRAI / FAUX)

I) Soient D et Δ deux droites strictement parallèles, A un point de D et B un point de Δ tel que (AB) n'est pas perpendiculaire à D. Soit E l'ensemble des isométries qui transforment D en Δ et A en B.

a/ E contient une translation.

b/ E contient une rotation.

c/ E contient une symétrie orthogonale.

d/ E contient une symétrie glissante.

II)

1) ABDC étant un parallélogramme de centre O du plan.

$S_{(AD)} \circ S_O = S_{(BC)}$ si et seulement si ABDC est un losange.

III)

1) Dans le plan orienté, on considère les points : A(1,1), B(2, 0), C(3, -1), E(1, 5), F(0,6)

Si f est une isométrie telle que f(A) = E et f(B) = F alors f(C) est le barycentre des points pondérés (E, 1) et (F, -2)

2)I est le milieu d'un segment [AB].

$S_{(IB)} \circ t_{\overrightarrow{AI}} \circ S_{(AB)}$ est:

a) S_I b) $t_{\overrightarrow{IB}}$ c) $S_{(AB)}$

IV)

1) Si f est une isométrie qui n'admet aucun point fixe alors fof est une translation

2) Soit ABCD un carré.

L'isométrie $S_{(AD)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(BC)}$ est la symétrie glissante de vecteur $2\overrightarrow{BA}$ et d'axe (AB)

3) Soient Δ et Δ' deux droites perpendiculaires.

Si f et g sont deux symétries glissantes d'axes respectifs Δ et Δ' alors fog est une symétrie centrale.

4) Soit A et B deux points distincts, f un déplacement qui envoie A en B et g un antidéplacement qui envoie B en A. Alors gof est une symétrie glissante.

5) La composée d'une translation et d'une symétrie orthogonale est une symétrie glissante.

6) Soit IJKL un rectangle. Alors $S_{(IJ)} \circ S_{(JK)} \circ S_{(KL)} \circ S_{(LI)}$ est une translation.

7) ABC est un triangle équilatéral.
Soit f l'isométrie telle que f (A) = B, f (B) = C et f (C) = A alors f o f o f est l'identité.

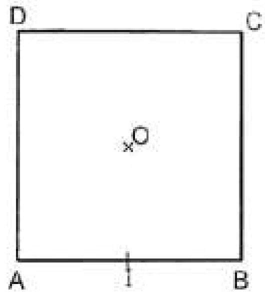
Exercice 2 :

1) L'isométrie $S_{(BC)} \circ S_{(BD)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$ est

a) une rotation
b) une translation
c) une symétrie glissante.

2) $t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)}$ est égale à

a) $t_{\overrightarrow{CD}} \circ S_{(OI)}$
b) $t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(OI)}$
c) $S_{(BC)}$.



3) Soient A et B deux points distincts du plan.
Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le segment [AB].

4) ABC désigne un triangle équilatéral.
Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le triangle ABC.

Exercice 3:

Caractériser les transformations suivantes :

f :M(x,y) ---->M'(x',y') ; $\begin{cases} x' = -x\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{2+\sqrt{3}}{6} \\ y' = \dfrac{x}{2} + y\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{6} \end{cases}$

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

g :M(x,y) ------->M'(x',y') ; $\begin{cases} x' = x\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{y}{2} + 2 \\ y' = \frac{x}{2} + y\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \end{cases}$

g :M(x,y) -------->M'(x',y') ; $\begin{cases} x' = y \\ y' = x + 4 \end{cases}$

h : $z' = \bar{z} + \frac{1}{2}i$

Exercice 4 TN 2010

Pour chacune de questions suivantes une seule de trois réponses et correcte laquelle.

ABCD est un carré de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et I le milieu de [AB].

Soit $S_{(BC)}$, $S_{(BD)}$ et $S_{(OI)}$ les symétries d'axes respectifs (BC), (BD) et (OI) et $t_{\overrightarrow{BD}}$; $t_{\overrightarrow{CD}}$ et $t_{\overrightarrow{BC}}$ les translations de vecteurs respectifs $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

3)Soir $r_1=R(O,\frac{-\pi}{2})$ et $r_2 = R(C,\frac{\pi}{2})$ alors r_1or_2 est

a) la symétrie centrale de centre A

b) la translation de vecteur CB

c) la translation de vecteur AD

Exercice 5:

ABCD est un losange tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3}$.

On désigne par I, J, K, L, et O les milieux respectifs des segments [AB], [BC], (CD], [DA] et [BD]. On note Δ la médiatrice de AB] et par Δ' la médiatrice de [CD]

1)Soit f l'isométrie définie par

f(A)=B, f(B)=D et f(D)=C

a)Montrer que f n'a pas des points fixes

b)Déduire la nature de f

2)Soir R la rotation de centre B et d'angle $\frac{-\pi}{3}$

a)Démontrer que $f = RoS_\Delta$

b)A-t-on $f = S_\Delta oR$

3)a)Définir S telle que $R=S_{(BC)}oS$

b)En déduire que f peut s'écrire sous la forme

$f= S_{(BC)}oT$ où T est une translation à préciser

4)Soit $T'=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ et on pose $g=(T')^{-1}$ o f

a)Déterminer g(D), g(I) et g(O)

b)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

c)Démontrer que f = T'o g A-t-on goT'=f

Exercice 7:

Soit f : $z' = -i\bar{z} + 1$.

Montrer que f est une symétrie glissante.

Puis caractériser f o f.

Exercice 8:

ABC un triangle rectangle et isocèle et direct en A. I le milieu du segment [BC] et J celui du segment [AB]. Considérons les rotations R, R_1 et R_2 d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs I, A et C

1)Caractériser $S_{(IA)}$ o $S_{(AB)}$

2)Déterminer R(A) ;

En déduire la droite Δ telle que $R=S_\Delta oS_{(IA)}$

3)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f =RoR_1$

4)Déterminer $R_2oR_1(B)$. Caractériser R_2oR_1.

Exercice 9:

ABCD un carré direct de centre I, R et R' les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs A et C.

A' est le symétrique de A par rapport à B.

1)Déterminer R'(D) et R(B)

Déduire la nature du triangle ACA'

2)a)Soit g = r' o R^{-1}.

Déterminer g(A) puis caractériser g.

b) Soit f = R' o R, caractériser f.

3)Soit h = $t_{\overrightarrow{CA}}$ o R'^{-1}

a)Vérifier que $R'^{-1} = S_{(CA')}$ o $S_{(CD)}$

b)Déterminer la droite Δ tel que = S_Δ o $S_{(CA')}$

c)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Les choses de la vie, comme les ondes de l'océan, se composent
Et se décomposent sans cesse. VICTOR HUGO

Exercice 10 :

Soit ABCD un losange de centre O, de sens direct et tel que : AC=8 et BD=4

1)a)Construire Δ la droite qui porte la bissectrice intérieure de $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$

b)Placer les points A', B', C' et D' les images respectives des points A, B, C et D par la symétrie orthogonale S_Δ.

2)Déterminer l'ensemble F des isométries du plan qui laissent globalement invariant {A, B, C, D}

3)Soit G l'ensemble des isométries du plan qui transforme {A, B, C, D} en {A', B', C', D'}.

on pose g= $S_\Delta$of

a)Montrer que : g ⊐G ssi f ⊐F

b)Montrer que $S_\Delta oS_O$ est une symétrie orthogonale $S_{\Delta'}$ que l'on précisera

c)Caractériser $S_\Delta oS_{(AC)}$ et $S_\Delta oS_{(BD)}$

d)En déduire l'ensemble G

Exercice 11:

IJK est un triangle rectangle isocèle en I et direct.

O =J*K et H=I*J. R=r(O, $\frac{\pi}{2}$) et R'=r(I, $\frac{\pi}{2}$)

1)a)Montrer que R'=$S_{(OI)}$ o $S_{(IJ)}$

b)Montrer que R=$S_{(OH)}oS_{(OI)}$

c)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de RoR'

2)Mque $S_{(IK)}$oRoR' est une symétrie glissante

b)Montrer que f=$S_{(IK)}ot_{\overrightarrow{JI}}$ est une symétrie orthogonale que l'on précisera

3)Considérons le repère orthonormé (I, $\overrightarrow{IJ}$; $\overrightarrow{IK}$) et g l'application du plan dans lui-même qui au point M(x,y) associe le points M'(x', y') tel que

$$\begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = y \end{cases}$$

a)Mque g est une isométrie

b)Donner les images des points H, O, J par g

c)En déduire que f =g

Exercice 13: (3 points)

On note H l'orthocentre d'un triangle équilatéral direct ABC et B' le milieu de [AC].
On désigne par r_A, r_B et r_C les rotations de centres respectifs A, B et C et de même angle $\frac{\pi}{3}$.
On pose f = r_A o r_B , g = r_C o r_B o r_A et
h = $S_{(AC)}$ o $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$

1) a) Déterminer f(C), f(B) et g (B)
b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f et de g.

2) Soit d la droite parallèle à (AC) passant par B
a) Montrer que $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$ = S_d o $S_{(AB)}$
b) Déduire que h est une symétrie glissante.

Exercice 12:

Soit ABC un triangle rectangle direct en B tel que I le milieu de [AB], J le milieu de [AC], et Δ la droite perpendiculaire à (AB) en A.

1) Caractériser chacune des isométries
S_I o $S_{(AB)}$, S_I o S_Δ et S_I o S_A.

2) Soit E l'ensemble des isométries qui fixent A et qui transforme Δ en Δ.
Soit f un élément de E.
a) Montrer que f n'est ni une translation de vecteur non nul ni une symétrie glissante.
b) Montrer que si f est une symétrie orthogonale, alors f = $S_{(AB)}$ ou f = S_Δ
c) Caractériser f lorsqu'elle est une rotation.
d) Déterminer alors l'ensemble E.

3) Soit F l'ensemble des isométries qui transforment A en B et Δ en (BC).
a) Mque f $\in$ F si et seulement si S_I o f $\in$ E
b) Déterminer alors l'ensemble F.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM