Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1: (VRAI / FAUX)

1) Soient D et Δ deux droites strictement parallèles, A un point de D et B un point de Δ tel que (AB) n'est pas perpendiculaire à D. Soit E l'ensemble des isométries qui transforment D en Δ et A en B.

a/ E contient une translation.

b/ E contient une rotation.

c/ E contient une symétrie orthogonale.

d/ E contient une symétrie glissante.

2)

1) ABDC étant un parallélogramme de centre O du plan.

$S_{(AD)}$ o $S_O = S_{(BC)}$ si et seulement si ABDC est un losange.

3)

a) Dans le plan orienté, on considère les points : A(1,1), B(2, 0), C(3, -1), E(1, 5), F(0,6)

Si f est une isométrie telle que f(A) = E et f(B) = F alors f(C) est le barycentre des points pondérés (E, 1) et (F, -2)

b)I est le milieu d'un segment [AB].

$S_{(IB)}$ o $t_{\overrightarrow{AI}}$ o $S_{(AB)}$ est: S_I.

4)

a) Si f est une isométrie qui n'admet aucun point fixe alors fof est une translation

b) Soit ABCD un carré.

L'isométrie $S_{(AD)}oS_{(AB)}oS_{(BC)}$ est la symétrie glissante de vecteur $2\overrightarrow{BA}$ et d'axe (AB)

c) Soient Δ et Δ' deux droites perpendiculaires.

Si f et g sont deux symétries glissantes d'axes respectifs Δ et Δ' alors fog est une symétrie centrale.

5) Soit A et B deux points distincts, f un déplacement qui envoie A en B et g un antidéplacement qui envoie B en A. Alors gof est une symétrie glissante.

6) La composée d'une translation et d'une symétrie orthogonale est une symétrie glissante.

7) Soit IJKL un rectangle.

Alors $S_{(IJ)}oS_{(JK)}oS_{(KL)}oS_{(LI)}$ est une translation.

8) ABC est un triangle équilatéral.

Soit f l'isométrie telle que f (A) = B, f (B) = C et f (C) = A alors f o f o f est l'identité.

9) ABCD est un carré direct de centre O .

Δ est la médiatrice du [AD]

f est l'isométrie distincte de S_Δ telle que f(B) = C, f(D) = A et g = f o S_Δ

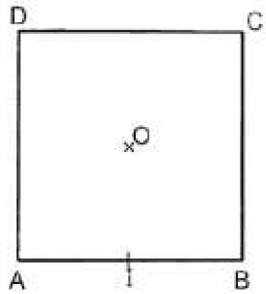
a) O n'est pas invariant par f

b) g = $S_{(AC)}$

10) Soient D_1 , D_2, et D_3 trois droites strictement parallèles l'isométrie $\varphi = S_{D_1}\, o\, S_{D_2}\, o\, S_{D_3}$ est une symétrie orthogonale.

11) f une isométrie autre que l'identité qui fixe deux points distincts A et B. On désigne par Δ la médiatrice de [AB] alors l'isométrie f^{-1} o S_Δ o f n'a pas des points fixes.

Exercice 2:



Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit A le point d'affixe $1-i\sqrt{3}$ B l'image de O par la rotation de centre A et d'angle $\frac{-\pi}{2}$ et I le milieu de [OB].

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse choisie.

1°) Le point B a pour affixe $1+\sqrt{3}+i(1-\sqrt{3})$

2°) l'application f du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z'=e^{-i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}$ est la symétrie orthogonale d'axe (OA)

3°) L'isométrie $S_{(AI)}\, o\, t_{\overrightarrow{OI}}\, o\, S_{(OB)}$ est une translation

4°) Soit l'isométrie g=$R_{(I,\frac{-\pi}{2})}oS_{(AB)}oR_{(A,\frac{-\pi}{2})}$. g fixe le point J milieu du segment [OA].

5)Soient A, B et C trois points non alignés du plan. La réciproque de l'isométrie $t_{\overrightarrow{AB}}oS_{(AC)}ot_{\overrightarrow{CB}}$ est $t_{\overrightarrow{BA}}oS_{(AC)}ot_{\overrightarrow{BC}}$

Exercice 3 :

Soit ABCD un losange de centre O, de sens direct et tel que : AC=8 et BD=4

1)a)Construire Δ la droite qui porte la bissectrice intérieure de $(\overrightarrow{OA};\ \overrightarrow{OB})$

b)Placer les points A', B', C' et D' les images respectives des points A, B, C et D par la symétrie orthogonale S_Δ.

2)Déterminer l'ensemble F des isométries du plan qui laissent globalement invariant {A, B, C, D}

3)Soit G l'ensemble des isométries du plan qui transforment {A, B, C, D} en {A', B', C', D'}.

on pose g= $S_\Delta of$

a)Montrer que : g $\in$G ssi f $\in$F

b)Montrer que $S_\Delta oS_O$ est une symétrie orthogonale $S_{\Delta'}$ que l'on précisera

c)Caractériser $S_\Delta oS_{(AC)}$ et $S_\Delta oS_{(BD)}$

d)En déduire l'ensemble G

Exercice 4 :

1) L'isométrie $S_{(BC)}$ o $S_{(BD)}$ o $t_{\overrightarrow{BD}}$ est

a) une rotation
b) une translation
c) une symétrie glissante.

2) $t_{\overrightarrow{BD}}$ o $S_{(BC)}$ est égale à

a) $t_{\overrightarrow{CD}}$ o $S_{(OI)}$
b) $t_{\overrightarrow{BC}}$ o $S_{(OI)}$
c) $S_{(BC)}$.

3) Soient A et B deux points distincts du plan.

Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le segment [AB].

4) ABC désigne un triangle équilatéral.

Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le triangle ABC.

Exercice 5:

Caractériser les transformations suivantes :

f :M(x,y) ---->M'(x',y') ; $\begin{cases} x'=-x\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{2+\sqrt{3}}{6} \\ y'=\dfrac{x}{2}+y\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{6} \end{cases}$

g :M(x,y) -------->M'(x',y') ; $\begin{cases} x'=y \\ y'=x+4 \end{cases}$

h : z'=$\bar{z}$ + $\frac{1}{2}$i

Exercice 6:

ABCD est un losange tel que $(\overrightarrow{AB}\ ;\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3}$.

On désigne par I, J, K, L, et O les milieux respectifs des segments [AB], [BC], (CD], [DA] et [BD]. On note Δ la médiatrice de AB] et par Δ' la médiatrice de [CD]

1)Soit f l'isométrie définie par

f(A)=B, f(B)=D et f(D)=C

a)Montrer que f n'a pas des points fixes

b)Déduire la nature de f

2)Soir R la rotation de centre B et d'angle $\frac{-\pi}{3}$

a)Démontrer que f = RoS_Δ

b)A-t-on f = $S_\Delta oR$

3)a)Définir S telle que R=$S_{(BC)}oS$

b)En déduire que f peut s'écrire sous la forme f= $S_{(BC)}oT$ où T est une translation à préciser

4)Soit T'= $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ et on pose g=$(T')^{-1}$ o f

a)Déterminer g(D), g(I) et g(O)

b)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

c)Démontrer que f = T'o g A-t-on goT'=f

Exercice 7:

Soit f : z' = - i $\bar{z}$ +1 .

Montrer que f est une symétrie glissante.

Puis caractériser f o f.

Exercice 8:

ABC un triangle rectangle et isocèle et direct en A. I le milieu du segment [BC] et J celui du segment [AB]. Considérons les rotations R, R_1 et R_2 d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs I, A et C

1)Caractériser $S_{(IA)}$ o $S_{(AB)}$

2)Déterminer R(A) ;

En déduire la droite Δ telle que $R=S_{\Delta}oS_{(IA)}$

3)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f $=RoR_1$

4)Déterminer $R_2oR_1(B)$. Caractériser R_2oR_1.

Exercice 9:

ABCD un carré direct de centre I, R et R' les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs A et C.

A' est le symétrique de A par rapport à B.

1)Déterminer R'(D) et R(B)

Déduire la nature du triangle ACA'

2)a)Soit g = r' o R^{-1}.

Déterminer g(A) puis caractériser g.

b) Soit f = R' o R, caractériser f.

3)Soit h = $t_{\overrightarrow{CA}}$ o R'^{-1}

a)Vérifier que $R'^{-1} = S_{(CA')}$ o $S_{(CD)}$

b)Déterminer la droite Δ tel que = S_{Δ} o $S_{(CA')}$

c)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h.

Exercice 10:

IJK est un triangle rectangle isocèle en I et direct.

O =J*K et H=I*J. R=r(O, $\frac{\pi}{2}$) et R'=r(I, $\frac{\pi}{2}$)

1)a)Montrer que $R'=S_{(OI)}$ o $S_{(IJ)}$

b)Montrer que $R=S_{(OH)}oS_{(OI)}$

c)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de RoR'

2)Mque $S_{(IK)}$oRoR' est une symétrie glissante

b)Montrer que $f=S_{(IK)}ot_{\overrightarrow{JI}}$ est une symétrie orthogonale que l'on précisera

3)Considérons le repère orthonormé (I, $\overrightarrow{IJ}$; $\overrightarrow{IK}$) et g l'application du plan dans lui-même qui au point M(x,y) associe le points M'(x', y') tel que

$$\begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = y \end{cases}$$

a)Mque g est une isométrie

b)Donner les images des points H, O, J par g

c)En déduire que f =g

Exercice 11: (3 points)

On note H l'orthocentre d'un triangle équilatéral direct ABC et B' le milieu de [AC].

On désigne par r_A, r_B et r_C les rotations de centres respectifs A, B et C et de même angle $\frac{\pi}{3}$.

On pose f = r_A o r_B , g = r_C o r_B o r_A et h = $S_{(AC)}$ o $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$

1) a) Déterminer f(C), f(B) et g (B)

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f et de g.

2) Soit d la droite parallèle à (AC) passant par B

a) Montrer que $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$ = S_d o $S_{(AB)}$

b) Déduire que h est une symétrie glissante.

Exercice 12:

Soit ABC un triangle rectangle direct en B tel que I le milieu de [AB], J le milieu de [AC], et Δ la droite perpendiculaire à (AB) en A.

1) Caractériser chacune des isométries S_I o $S_{(AB)}$, S_I o S_{Δ} et S_I o S_A.

2) Soit E l'ensemble des isométries qui fixent A et qui transforme Δ en Δ.

Soit f un élément de E.

a) Montrer que f n'est ni une translation de vecteur non nul ni une symétrie glissante.

b) Montrer que si f est une symétrie orthogonale, alors f = $S_{(AB)}$ ou f = S_{Δ}

c) Caractériser f lorsqu'elle est une rotation.

d) Déterminer alors l'ensemble E.

3) Soit F l'ensemble des isométries qui transforment A en B et Δ en (BC).

a) Mque f $\in$ F si et seulement si S_I o f $\in$ E

b) Déterminer alors l'ensemble F.