Exercice1:
Soit ABCD un carré direct de centre O.
I, J, K et L sont les milieux respectifs des segment [AB], [BC], [CD] et [DA].
1°) Justifier l'existence et l'unicité d'un déplacement f qui transforme B en K et L en A.
Déterminer la nature et l'angle de f.
2°) a)Déterminer les images par f des droites (AB) et (AD), en déduire f(A) et f(I).
b)En déduire le centre de F.
3)Caractériser chacune des transformations :

$f = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$, $f = S_{(BC)} \circ S_{(OI)}$, $f = r_{(C,\frac{\pi}{2})} \circ r_{(A,\frac{\pi}{2})}$

$f = r_{(A,\frac{\pi}{2})} \circ t_{\overrightarrow{CB}}$ $f = S_{(AC)} \circ r_{(A,\frac{\pi}{2})}$, $f = S_{(IK)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$

Exercice 2:
Dans le plan orienté, ABCD est un parallélogramme de sens indirect de centre I et les triangles ABO_1, BCO_2, CDO_3 et DAO_4 sont des triangles rectangles isocèles directs de sommets principaux respectifs O_1, O_2, O_3 et O_4. Voir la figure ci-contre.
On désigne par R_1, R_2, R_3 et R_4 les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs O_1, O_2, O_3 et O_4
1)a) Déterminer $R_2 \circ R_1(A)$; $R_3 \circ R_2(B)$ et $R_4 \circ R_3(C)$
b) Montrer que les isométries suivantes $R_2 o R_1$, $R_3 o R_2$ et $R_4 o R_3$
sont égales à une même isométrie f que l'on précisera
2)a) Montrer que $R_3 \circ R_2(O_1) = R_2(O_1)$,
déduire alors f(O_1)
b) Montrer que f (O_2)= O_4
c) M que le quadrilatère $O_1O_2O_3O_4$ est un carré.

Exercice 3 :
Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct.
On désigne par I=A*B et J=A*C .
1°) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et I sur J.
Donner les éléments caractéristiques de f.
2°)Définir l'antidéplacement g qui envoie C en A et A en B.
3°) Caractériser les applications fog et gof.

Exercice 4: (6 points)
ABCD est un losange tel que $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.
On désigne par : I = A * B, J = D * C , K = A * D, G = B * J,
Δ_1 est la médiatrice de [AB] et $\Delta_2 = S_B(\Delta_1)$.
Partie I :
1) a) Faire une figure.
b) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(C) = B et f (B) = A.
c) Caractériser f.
2) Caractériser les isométries suivantes :
$g = f \circ S_{\Delta_1}$ et $h = f \circ t_{\overrightarrow{BC}}$.

3) Soit φ l'isométrie telle que $\varphi = h \circ g$.
a) Déterminer $\varphi(A)$ et $\varphi(K)$.
b) Déduire alors la nature et les éléments caractéristiques de φ.
Partie II :
Soit ψ l'antidéplacement tel que $\psi(J) = B$ et $\psi(\Delta_2) = \Delta_1$.
1) Montrer que ψ est une symétrie glissante.
2) a) Déterminer l'image de la droite (CD) par ψ.
b) Déduire $\psi(C)$.

3) a) Caractériser l'isométrie $S_G \circ \psi$.
b) Déduire alors la forme réduite de ψ.

Exercice 5:
Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC tels que AC= 2AB et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. I = A*C.
1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement φ qui transforme A en I et B en C.
b) Montrer que φ est une rotation dont on précisera l'angle. Construire son centre Ω.
2) Soient R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $g = \varphi \circ R^{-1}$.
a)Déterminer g (A) puis caractériser l'application g.
b) En déduire que : $\varphi = t_{\overrightarrow{AI}} \circ R$.
3) Soit E= R(I) et F le point tel que AEFI est un carré.
a) Caractériser l'application $\varphi \circ \varphi$
b) Déterminer $(\varphi \circ \varphi)(A)$.
En déduire que : $\Omega = A * F$.

Exercice 6:
Dans le plan orienté, on considère le losange ABCD de centre O et tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$.
Le cercle de centre B et de rayon AB recoupe la droite (BD) en I.
1)a)Justifier l'existence d'un déplacement unique φ qui envoie A en C et B en D.
b)Caractériser f.
2)a)Donner la nature de $g = r_{(D,\frac{\pi}{3})} \circ t_{\overrightarrow{BD}} \circ r_{(A,-\frac{\pi}{3})}$
b)Déterminer g(D), caractériser alors g

3)Soit f = $r_{(B,-\frac{2\pi}{3})}$ o $r_{(A,\frac{\pi}{3})}$
a)Donner la nature de f.
b)Caractériser f.
4)Déterminer et caractériser les isométries suivantes :h= $S_{(AI)}$ o $S_{(BD)}$ o φ et k = f o $t_{\vec{CB}}$

Exercice 7:

Soit AFED un carré tel que $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit O son centre. On désigne par B et I les symétriques respectifs de A et O par rapport à la droite (EF).
1)Caractériser le déplacement r qui envoie F en E et E en D.
2)Soient f = r o $S_{(OI)}$ et g= $t_{\vec{OI}}$ o r^{-1}
a)Donner la nature et les éléments caractéristiques de f
b)Mque g est une rotation dont on précisera l'angle.
c)Déterminer g(O).En déduire le centre de g.
3)Soit h l'antidéplacement défini par h(D) = F et h(O) = I
a)Mque h est une symétrie glissante.
b)Donner la forme réduite de h.
4)Soit M un point de plan P.
a)Mque h(M)=g(M) $\Leftrightarrow$ f(M)=M
b)En déduire l'ensemble des points M tels que h(M)=g(M)

Exercice 8: (3 points)

On note H l'orthocentre d'un triangle équilatéral direct ABC et B' le milieu de [AC].
On désigne par r_A, r_B et r_C les rotations de centres respectifs A, B et C et de même angle $\frac{\pi}{3}$.
On pose f = r_A o r_B , g = r_C o r_B o r_A et h = $S_{(AC)}$ o $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$
1) a) Déterminer f(C), f(B) et g (B)
b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f et de g.
2) Soit d la droite parallèle à (AC) passant par B
a) Montrer que $S_{(AB)}$ o $S_{(BC)}$ = S_d o $S_{(AB)}$
b) Déduire que h est une symétrie glissante.

Exercice :9 (5 points)

ABC un triangle rectangle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et O le milieu de [BC].
1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie O en A et B en C.
b) Montrer que f est une rotation.
c) On note I le centre de f.
Donner une mesure de chacun des angles $(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IO})$ et $(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IA})$
d) En déduire que I appartient au segment [AB] et que I est le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,1).
2) a) Soit r = $R_{(C,\frac{\pi}{3})}$.
Caractériser l'application f o r.
b) On note C' l'image de C par f.
Montrer que O , I et C' sont alignés .
3) Soit g l'antidéplacement qui envoie O en A et B en C.
a) Déterminer les images des droites (OI) et (OA) par g.
b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de g.

Exercice 10:

Dans un plan orienté, on considère un triangle rectangle en B et tel que $(\vec{AB},\vec{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.
On désigne par O le milieu de [AC] et par J =B*C
1)Mqu'il existe un unique déplacement R tel que R(A) = O et R(B)=C
2)a)Montrer que R est une rotation puis construire son centre D.
b)Donner la nature du quadrilatère ABOD
3)On désigne par R_C=r(C, $\frac{\pi}{3}$), R_B=r(B, $\frac{\pi}{3}$) et T=$t_{\vec{BC}}$ On pose f = R_C o T o R_B.
a)Déterminer f(B).
b)En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f
4)On désigne par I le milieu de [OA] et par K le milieu de [AB], Soit φ l'antidéplacement qui transforme B en A et A en O.
a)Montrer que φ est une symétrie glissante puis déterminer ses éléments caractéristiques.
b)Montrer que φ(O)=D
c)Soit E = φ(D), montrer que E et B sont symétriques par rapport à O.

Exercice 11:

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $(\vec{CA},\vec{CB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soient D= r(C) et E = r^{-1}(B), I = C * D
1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = D et f(C) = A
b)Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

2)Soit g = f o r
a)Montrer que g est une translation
b)Soit F=g(E), montrer que f(B) = F et en déduire la nature du triangle BIF.
c)Montrer que les points C, A et F sont alignés.
3)Soit G= $t_{\vec{AD}}$ (I)
a)Mqu'il existe un unique antidéplacement φ tel que φ(C) = D et φ(I) = G
b)Montrer que φ est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

Exercice 12:
Soit ABC un triangle équilatéral direct et H le milieu de [BC].
Le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon AB coupe la demi-droite [HA) en un point I.
On note J le symétrique de I par rapport à (AC).
1)Montrer que $(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{CJ}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$
2)Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme B en C et I en J.
b)M que f est une rotation que l'on caractérisera.
3)Caractériser f o $S_{(AI)}$.
4)La droite (AC) recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en D.
On pose g = $S_{(AI)}$ o $S_{(BD)}$
a)Mque g est une translation dont on donnera le vecteur.
b)Caractériser l'isométrie f o g.
c)Soit K l'antécédent de J par f o g. Montrer que BCIK est un parallélogramme.

Exercice 13 :
ABC est un triangle équilatéral direct.
Ω = $S_{(AC)}$(B) et I = A*C
1)Soit r la rotation d'angle $\pi/3$ et telle que r(A)=C
a)Déterminer le centre de r ;
b)Construire B' = r(B) ; déduire que C= A*B'
2)On pose φ=$S_{(AB)}$or
a)Montrer que φ est une symétrie glissante.
b)Donner la forme réduite de φ
3)Soit J=B*B' et g l'antidéplacement tel que g(A)=C et g(B)=B'
a)Mque g est une symétrie glissante.
b)Construire I'=g(I)
c)Déduire la forme réduite de g

Exercice 14 :
Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD de centre O et tel que AB = 2 AD.
Soient I, J et F les points définies par :
I = A*B ; J = D * C et C = B * F
1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement S qui envoie A en C et I en J
b) Caractériser S
2) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [AB] et $\mathscr{C}'$ le cercle de diamètre [CD].
(BD) recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en M et recoupe le cercle $\mathscr{C}'$ en N ; on pose M' = $S_{(IJ)}$(M)
a) Montrer que N = S (M)
b) Déduire que les droites (M'N) et (BC) sont parallèles.
3) a) Montrer qu'il existe une seule isométrie f vérifiant f(A) = C, f(I) = J et f(D) = F
b) Montrer que f est antidéplacement.
c) Déterminer f(B).
d) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.
4) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g = f o $S_{(AD)}$.

Exercice 15 : (6 points)
Dans le plan orienté, on considère un carré direct ABCD de centre O et E le symétrique de B par rapport à A. On pose I le milieu du segment [ED].
I/ 1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = C et f(E) = D.
b) Caractériser f.
2) Soit g l'isométrie définie par ; g = R(A, $\frac{\pi}{2}$) o $S_{(BD)}$.
a) Montrer que g est une symétrie glissante.
b) Déterminer g(C) et g(D).
3) a) Montrer que pour tout M du plan les points g(M) et f^{-1}(M) sont symétriques par rapport à une droite fixe que l'on précisera.
b) Vérifier que $g \circ t_{\overrightarrow{AB}} = s_{(AE)} \circ t_{\overrightarrow{CB}}$.
c) Déduire alors la forme réduite de g.
d) Caractériser g o $s_{(BC)}$.
II/ Le plan P est rapporté au repère orthonormé (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$).
Soit φ l'isométrie de P dans P qui à tout point M(x,y) associe le point M'(x',y') avec : $\begin{cases} x' = x-1 \\ y' = -y+1 \end{cases}$.
1) Montrer que φ est une symétrie glissante.
2) Démontrer que l'ensemble des points J milieux des segments [MM'] est une droite Δ.

3) Déterminer l'expression analytique de la symétrie orthogonale S par rapport à Δ.

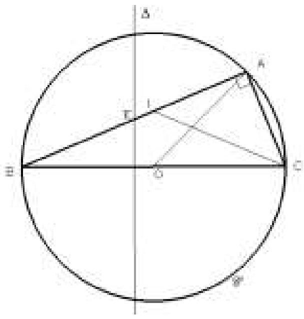
4) a) Prouver que $\varphi = g$.

b) Déterminer alors l'expression analytique de l'isométrie t tel que φ = S o t.

Exercice 16:

Le plan est orienté dans le sens direct.

Dans la figure donnée ci contre



- C est un cercle de diamètre [BC] et de centre O.
- A le point de
- C tel que

$\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$.

- I le point de [AB] tel que AI = AC.
- K le milieu de [AB].
- Δ La perpendiculaire à (BC) passant par K .

1°)a) Montrer que $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{8}[2\pi]$.

b) En déduire que le triangle IBC est isocèle en I.

2°)a) Montrer qu'il existe une unique rotation R telle que R(C) = I et R(I) = B.

b) Préciser l'angle de R et construire son centre Ω.

c) Montrer que Ω appartient au cercle C.

d) Montrer que O, I et Ω sont alignés.

3°) La médiatrice de [IB] recoupe C en J.

a)Montrer que A et J sont symétriques par rapport à (OI) et que C, I et J sont alignés.

b)En déduire que R(A) = J

4°) La droite (ΩA) coupe (BC) en D.

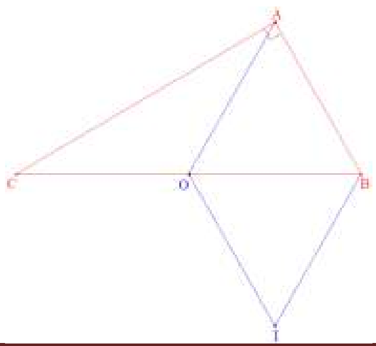
a) Montrer que AJBD est un parallélogramme.

b)Soit f l'antidéplacement tel que f(A) = B et f(J) = D.

Montrer que f est la symétrie glissante d'axe Δ et de vecteur $\overrightarrow{AA'}$ où A' est le projeté orthogonal de A sur (BC).

Exercice 17: **(5 points)**

Dans le plan orienté on a représenté un losange AOIB et un triangle ACB rectangle en A tel que :



$\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$,

O le milieu du segment $[BC]$ et Δ la droite perpendiculaire à (BC) en C.

1) Soit f le déplacement tel que : $f(B) = O$ et $f\big((AC)\big) = \Delta$.

a) Montrer que f est une rotation.

b) Déterminer f((AB)).

c) Déduire que $f(A) = C$.

2) a) Vérifier que le triangle IAC est équilatéral.

b) Caractériser alors f.

3) Soit E le point tel que OICE est un parallélogramme et $D = f(C)$.

On désigne par r la rotation de centre D et d'angle $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ et on pose $t = f\ o\ r$.

a) Déterminer $t(C)$ puis caractériser t .

b) Déterminer r (E) .

En déduire que EBD est un triangle équilatéral.

4) Soit F le milieu du segment $[AB]$ et g l'isométrie définie par g = $S_O\ o\ S_{(AC)}$.

a) Déterminer la droite Δ′ telle que $S_O = S_{(OI)}\ o\ S_{\Delta'}$.

b) Caractériser alors g .

Exercice 18:

Soit AIB un triangle équilatéral tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}}\right) \equiv \frac{-\pi}{3}[2\pi]$ et C le symétrique de A par rapport à (BI).

1) a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f tel que f(A)=B et f(B)=C.

b) Identifier f.

2) Soit (Γ) le cercle de centre B et passant par I.

Soit M un point de ce cercle et M' son image par la rotation R de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

a) Montrer que si M décrit (Γ) le point M' décrit un cercle (Γ') qu'on précisera et qu'on construira.

b) Soit Ω le point d'intersection de (Γ) et (Γ').Montrer que si M ∈ (Γ)\{I} alors Ω, M et M' sont alignés.

3) Soit g l'antidéplacement définie par g(A)=B et g(B)=C.

a) Montrer que g est une symétrie glissante qu'on caractérisera.

b) Vérifier que g=$S_{(BC)}$ oR et déduire l'ensemble des points N du plan tels que g(N)=R(N).