EXERCICE

Dans ***la figure*** du papier annexe, on a représenté, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, deux losanges OABC et ABGH isométriques et un pentagone régulier ACDEF de centre O tel que : $z_C = e^{i\frac{2\pi}{5}}$. Soient I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AC] , [AG] , [OA] et [BG].

On considère les applications suivantes : $r = S_{(AC)} o S_{(AB)}$, $t = S_{(AB)} o S_{(OC)}$ et $S = S_{(AB)} o t_{\overrightarrow{DB}}$

1)-a- Montrer que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{3\pi}{10}[2\pi]$ et que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

-b- Caractériser les applications : r , t , rot et S

2)-a- Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(O) = A et f(A) = B

-b- Montrer que f est une rotation d'angle $\frac{2\pi}{5}$

-c- Montrer que f(B) = G et déduire f(C)

-d- Déterminer ro f(O) . Caractériser alors ro f

3) Soit Ω le centre de f

-a-Montrer que $\Omega \in (AC)$ et en déduire que $\Omega \in (BH)$. Placer alors le point Ω

-b- Déterminer l'expression complexe de f et en déduire que $z_\Omega = \frac{1}{2\sin(\frac{\pi}{5})} e^{i\frac{3\pi}{10}}$

4) Soit g l'antidéplacement tel que g(O) = A et g(B) = G

-a-Montrer que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe

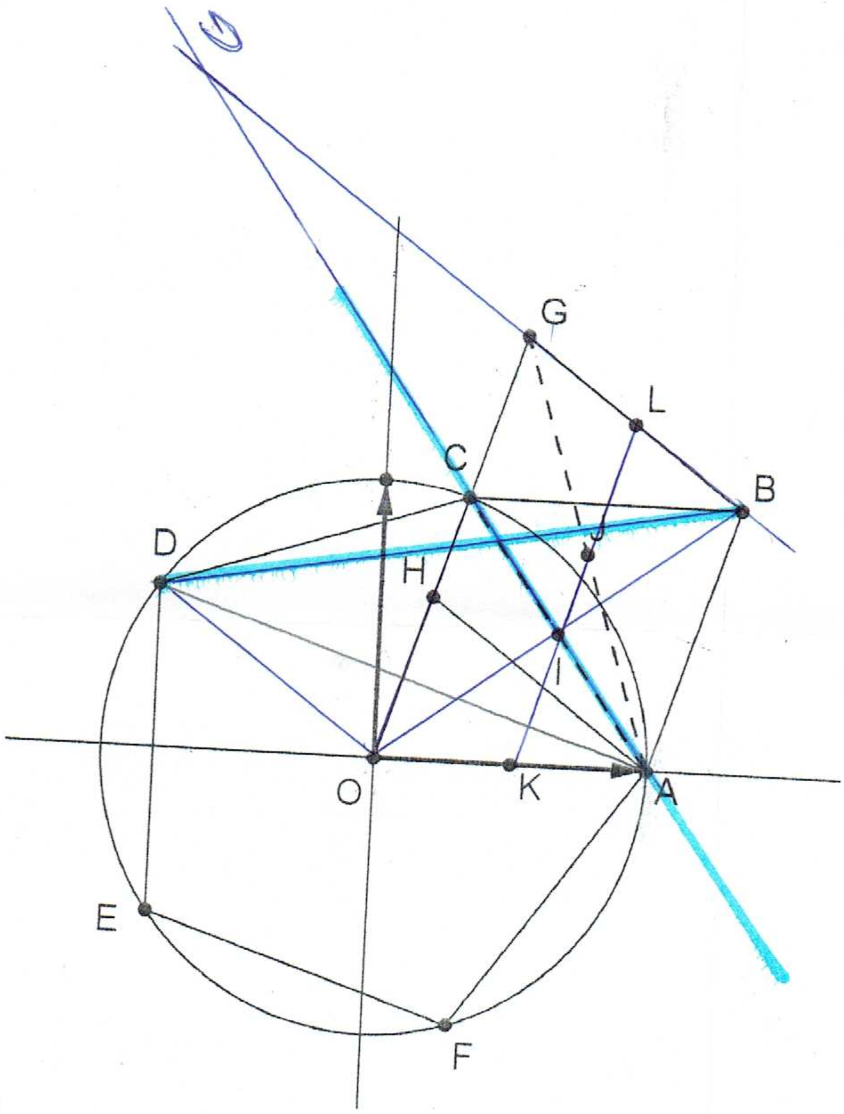
-b- Montrer que g = fo $S_{(OB)}$

-c- Déterminer $g(A)$ et en déduire que $\overrightarrow{IJ}$ est le vecteur de g

-d- Montrer que les points I, J, K et L sont alignés

5) Pour tout point M du plan on pose $M' = S_{(OB)}(M)$ et que $M'' = rog(M)$. Montrer que M' et M'' sont symétriques par rapport à un point fixe qu'on précisera

ANNEXE



NOM..PRENOM...CLASSE...........