LYCEE PILOTE SFAX	Série d'exercices	Mr MEGDICI
	DEPLACEMENT ANTI DEPLACEMENT 2	4éme MATH

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$.

On désigne par **C** le cercle de centre O et de rayon 1.

Soit $n \geq 2$, On désigne par R la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{n}$.

On pose $M_0 = A$ et $M_{k+1} = R(M_k)$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

On note Z_k l'affixe de M_k.

1. Soit $k \in \mathbb{N}$, exprimer Z_{k+1} en fonction de Z_k.
2. Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $Z_k = e^{i\frac{k2\pi}{n}}$.
3. Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $M_kM_{k+1} = 2\sin\frac{\pi}{n}$
4. On pose $L_n = M_0M_1 + M_1M_2 + \ldots + M_{n-1}M_n$.
   a. Interpréter géométriquement L_n
   b. Déterminer la limite de L_n lorsque n tend vers $+\infty$.

EXERCICE N°2

Soit $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ un repère orthonormé du plan P. On considère l'application f du plan dans lui-même :

$M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = -i\bar{z} + 1$

1)a) Montrer que f est une isométrie

b) Déterminer l'ensemble des points invariants par f . En déduire la nature de f

2)a) déterminer l'affixe de O''=f0f(O)

b) En déduire la forme réduite de f

3) Soit g= $s_{(O,\vec{u})} O f$ a) Donner la transformation complexe de g

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g

Exercice 3

Soit l'application f de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que

$z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}} z + 1 - \frac{1+i}{\sqrt{2}}$; $(O, \vec{u}, \vec{v})$ R.O.N. direct de $\mathscr{P}$

1) Déterminer la nature de f et préciser ses éléments caractéristiques.

2) Soit le point M_0 d'affixe 2. On pose pour tout entier naturel n , $M_{n+1} = f(M_n)$. On désigne par z_n l'affixe du point M_n et par Z_n l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AM_n}$.

a – Montrer que $Z_1 = e^{i\frac{\pi}{4}}$.

b – Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $Z_n = e^{i\frac{n\pi}{4}}$.

c – En déduire l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles les points A, M_0 et M_n sont alig