Exercice 1 :TN 2012

Dans le plan orienté, AIJ est un triangle quelconque, BAJ et CIJ sont deux triangles isocèles respectivement en B et C tels que $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BJ}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{CJ}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par t la translation de vecteur $\overrightarrow{IA}$ et par r_B et r_C les rotations de même angle $\frac{\pi}{6}$ et de centres respectifs B et C.

1)a) Déterminer r_C (I)

b) Montrer que r_B o t(I) = J

c) En déduire que r_B o t = r_C

2) Soit K = t (C).

Montrer que BC = BK et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BK}) \equiv -\frac{\pi}{6}[2\pi]$

3) Soit D le point du plan tel que le triangle DIA est isocèle en D et $(\overrightarrow{DI}, \overrightarrow{DA}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

a) Soit O le milieu de [AC]

montrer que l'image du triangle DIA par la symétrie centrale de centre O est le triangle BKC.

Montrer que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 2

Répondre par Vrai ou Faux. Aucune justification n'est demandée.

1° Soit f une similitude directe de rapport $\sqrt{3}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) f o f est une homothétie de rapport 3

b) f o f est une homothétie de rapport – 3

2° Soit ABCD un carré de centre O et soit M, N, P, Q les milieux respectifs des cotés [AB], [BC],[CD] et [DA].

Soit E l'ensemble des similitudes directes qui envoient ABCD sur MNPQ

a) Tous les éléments de E fixent le même point

b) Tous les éléments de E ont le même rapport.

c) E contient exactement 4 éléments.

3) Soit f_a l'application du plan dans lui même qui à tout point M(z) associe le point M'(z') tel que z' = ia + $\frac{i}{a}(z - ia)$ où $a \in IR_+^*$

On a : $f_{\frac{1}{a}} \, o \, f_{-a}$ est une translation.

4) ABCD est un carré direct de centre O.

Soit f la similitude définie par :

f = h(O, $\frac{-1}{2}$) o $S_{(AC)}$

f est la similitude indirecte de rapport $\frac{1}{2}$, de centre O et d'axe (AC)

5) Soit f la transformation qui à M(z) associe M'(z') telle que : z' = 2i$\bar{z}$ – 1 – i et I(1 + i).

f est une similitude indirecte de rapport 2, de centre I et d'axe Δ : x + 2y – 3 = 0

Exercice :3

Soit ABC un triangle rectangle isocèle direct de sommet principal A. On note D = S_C(A) et σ la similitude directe qui transforme D en C et C en B.

1)a)Expliquer pourquoi σ admet un centre que l'on nommera Ω.

b)Déterminer le rapport et l'angle de σ

2)Quelle est l'image de la droite (AC) par σ.

3)Démontrer que le triangle ΩCB est rectangle isocèle.

En déduire une construction géométrique du pt Ω.

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit D le symétrique de C par rapport à A.

I – Soit f la similitude directe qui envoie A sur B et B sur D.

1° a)Faire une figure.

b)Calculer le rapport et l'angle de f.

c)Montrer que f(D) = C.

2° On désigne par O le centre de f.

a)Caractériser f o f.

b)En déduire une construction de O. Justifier.

3° Soit C_1 et C_2 les cercles de diamètres respectifs [OA] et [OB] et soit K leur second point d'intersection. (AC) recoupe C_1 en I. (BC) recoupe C_2 en J.

a)Montrer que K $\in$ (AB)

b)Montrer que f(I) = J

c)Prouver alors que I, J et K sont alignés.

Exercice 5:

Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD tel que $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\Pi}{2}(2\Pi)$

et AB = 2AD. I = A* B, O = B * D et β le cercle circonscrit au rectangle ABCD

Soit f la similitude directe qui transforme B en I et I en D.

1) Déterminer le rapport de f et un mesure de son angle.

2) Soit S = S(C, $\sqrt{2}$, $\frac{-\pi}{4}$)

a) Montrer que S(B) =I

b) Montrer que foS^{-1} = I_{dp}

c) En déduire que f = S

3) Soit A'= f(A). Montrer que D est le milieu de [A'I].Construire alors le point A'.

4) La demi- droite [CA') recoupe (β) en O'.

a)Calculer CO' et CA' en fonction de CA.

b) En déduire que O'est le milieu de [CA']

c) Prouver alors que O' = f (O).**TN2000**

Exercice 6 : (5 points)

Dans le plan orienté, on considère un carré direct AKJI de centre O et on désigne par C et B les symétriques du point A respectivement par rapport à I et K.

1) Faire une figure

2) On pose $f = h_{(A,2)}\ o\ t_{\overrightarrow{IA}}$.

Déterminer f (C) puis Caractériser f.

3) Soit g la similitude indirecte qui transforme A en I et B en J.

a) Déterminer les images par g des droites (KJ) et (BJ) .

b) Déduire que g(J) = O

4) a) Montrer que g admet un centre qu'on notera Ω

b) Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés (O, 4) et (B, -1) puis construire Ω.

5) On désigne par Δ la médiatrice du [AI], On pose $\psi = h_{(A,-2)}\ o\ S_{\Delta}$

a) Montrer que $\psi = f\ o\ S_{(AI)}$

b) Donner alors la nature et les éléments caractéristiques de ψ.

Exercice 7 : (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$; unité graphique 8 cm

On considère la transformation f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{\sqrt{2}}{4}(-1+i)z$

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

2) On définit la suite de points (M_n) de la façon suivante :

M_0 est le point d'affixe $z_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $M_{n+1} = f(M_n)$.

On note z_n l'affixe du point M_n.

a) Justifier que, pour tout entier naturel n, $z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{i\frac{3n\pi}{4}}$

b) Construire les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4.

3) Soient n et p deux entiers naturels.

À quelle condition sur n et p les points O, M_n et M_p sont alignés ?

Exercice 8 : :

Dans le plan orienté, on considère le carré direct OABC de centre I tel que $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

On désigne par J, O_1 et O_2 les milieux respectifs des segments [OA], [IB] et [OC]. O' est le symétrique de O par rapport à C.

1)Soit S la similitude directe qui envoie B en O et C en B.

a)Mque S a pour rapport $\sqrt{2}$ et pour angle $\frac{-3\pi}{4}$.

b)Montrer que S(I) = C.

2)Préciser S o S(C) et S o S(I) et en déduire une construction du centre Ω de S.

3)On note ζ le cercle de diamètre [IB]

a)Déterminer ζ ' l'image de ζ par S.

b)La droite (BJ) recoupe le cercle ζ en E.

Soit F = S(E). Montrer que I, E et F sont alignés.

4)Soit f la similitude indirecte qui envoie B en O et C en B

a)Déterminer le rapport de f et (f o f)(C).

b)En déduire que f a pour centre O'.

Construire l'axe Δ de f.

5)Soit F ' = f (E) et $g = f\ o\ S^{-1}$

a)Déterminer g(O) et g(B). Caractériser g.

b)Prouver que F ' = $S_{(OB)}$ (F).

Exercice 9:

ABC est un triangle rectangle en B tel que

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}(2\pi)$, soit D le symétrique de B par rapport à (AC) et O le milieu de [AC]

Soit f la similitude directe telle que f(A)=D et f(O)=C

a-Déterminer le rapport de f et une mesure de son l'angle .

b-Déterminer les images par f des droites (AB) et (BO).

c-Déduire que f a pour centre B.

2) Soit $g = f\ o\ S_{(AC)}$

a-Mque g admet un seul point invariant qu'on notera O.

b-Mque gog est une homothétie que l'on caractérisera.

c-Déterminer g(D) et g(A)

d-En déduire que le centre Ω de g appartient à (AB)

e-Exprimer Ω comme barycentre de A et B, puis construire Ω.

Exercice 10:

Dans un plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O tel que: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}(2\pi)$. On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [BC].

1°) a/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et B sur D. Caractériser f.

b/ Soit g l'antidéplacement qui envoie A sur C et B sur D. Déterminer (g of)(C) et (g o f)(D). Caractériser g o f.

c/ Déduire la forme réduite de g.

2°) Soit S la similitude directe qui envoie A sur B et D sur I.

a/ Déterminer le rapport et l'angle de S. Construire son centre Ω.
b/ déterminer les images des droites (AC) et (CD) par S.
EN déduire que le triangle OΩC est rectangle.
c/ Déterminer l'image du carré ABCD par S.
d/ M que les points A, Ω et J sont alignés. **(TN 95)**

Exercice 11 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
On prendra pour unité graphique 2 cm.
Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = i$ et $z_B = 1 + 2i$.
Justifier qu'il existe une unique similitude directe S telle que : S(O) = A et S (A) = B.
Montrer que l'écriture complexe de S est:
$z' = (1 - i)z + i$.
Préciser les éléments caractéristiques de S (on notera Ω le centre de S).
On considère la suite de points (A_n) telle que:
- A_0 est l'origine O du repère.
- pour tout entier naturel n, $A_{n+1} = S(A_n)$.

On note z_n, l'affixe de A_n.
a) Démontrer que, $\forall$ n, $z_n = 1 - (1 - i)^n$.
b) Déterminer, en fonction de n, les affixes des vecteurs $\overrightarrow{\Omega A_n}$ et $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$.
Comparer les normes de ces vecteurs et calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{A_n \Omega}, \overrightarrow{A_n A_{n+1}})$.
c) En déduire une construction du point A_{n+1} connaissant le point A_n.
Construire les points A_3 et A_4.
4) Quels sont les points de la suite (A_n) appartenant à la droite (ΩB)?

Exercice 12 :(LPA)

Le plan est orienté dans le sens direct.
Soit ABCD un carré direct de centre O et soit f la similitude directe qui transforme B en O et A en D.
1) a)Déterminer le rapport et l'angle de f.
b)Vérifier que C est le centre de f .
2) Soit α un réel non nul (pour la figure $\alpha = \frac{1}{3}$).
On considère les points M et N définis par $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = (2-\alpha)\overrightarrow{AD}$
et on note I le milieu de [MN]
a) Montrer que $\overrightarrow{DI} = \alpha\,\overrightarrow{DO}$.
(On remarquera que $2\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DM}+\overrightarrow{DN}$)
b) En déduire que f(M) = I.
3) On suppose $\alpha \neq 2$.
Le cercle de centre I passant par C recoupe la droite (CD) en un point E.
On considère la similitude directe g de centre A, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
a)Montrer que le triangle AIE est rectangle en I, isocèle et direct.
b)En déduire que g (I) = E
4) a)Caractériser g o f.
b)Déduire que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BD}$

Exercice 13:(TN 2009)

ABCD est un rectangle de centre O et tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{6}$ (2π). Le point E désigne le symétrique du point A par rapport à D.
Soit S la similitude directe de centre C, de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$
1)a)Justifier que S(A)=B
b)Montrer que le triangle ACE est équilatéral et en déduire que S(E)=O
2)Soit I un point du segment [EO], distinct des points O et E et soit (Γ) le cercle de centre I et passant par A.
Les droites (AD) et (AB) recoupent le cercle (Γ) respectivement en M et P
a)Tracer et placer les points M et P
b)Justifier que le point C appartient à (Γ)
3)Soit N le projeté orthogonal du point C sur la droite (MP)
a)Montrer que $(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MC}) = \frac{\pi}{6}$ (2π)
b)En déduire que S(M) = N
4)Montrer que les points B, D et N sont alignés.

Exercice 14 : (5 points).

Le plan (P) étant orienté ; on considère un triangle rectangle isocèle ABC tel que $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$
On note O l'intersection des bissectrices intérieures de ABC.
Soit S_1 la similitude directe de centre A qui transforme B en O et S_2 la similitude directe de centre C qui transforme O en B.
A tout point M du plan distinct de A et de B ; on associe le point N = S_1(M) et le point P = S_2^{-1}(M).
1) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN})$.
2) On désigne par S' la similitude directe de centre A qui transforme B en M.
a) Montrer que S' o S_1 = S_1 o S' ; en déduire l'image de O par S'.
b) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MN})$.
c) Proposer une construction géométrique de N, lorsque le point M est donné.
3) a) Quelle est la nature de r = S_1 o S_2 ? préciser ses éléments géométriques caractéristiques.
b) Déterminer r(P).
c) Lorsque M = O, Construire les points N et P.

Exercice 15TN 2012

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$). On désigne par A(3, 2).
Soit N un point de l'axe (O, $\vec{u}$) et P le point de L'axe (O, $\vec{v}$) tel que ANP est un triangle rectangle en A.

1)a) Soit les points E(3, 0) et F(0, 2)
Montrer qu'il existe une unique similitude directe S de centre A qui transforme E en F.
Donner son rapport et son angle.

b)Déterminer l'image de l'axe (O, u) par S.

c)En déduire que S(N)=P.

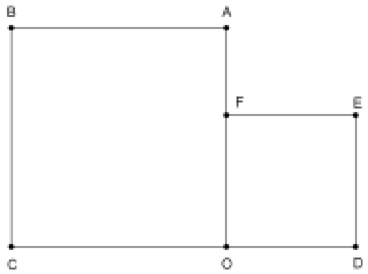
d)Soit M un point d'affixe z et M'(z') tel que M'=S(M)
Montrer que z'$= -\frac{3}{2}iz + \frac{13}{2}i$

2)a) On note x l'abscisse du point N et y l'ordonnée du point P. Montrer que 3x + 2y = 13.

b) Déterminer les points N et P dont les coordonnées sont des entiers.

Exercice 16 :

Dans la figure ci-contre OABC et ODEF sont deux carrés de sens direct.



1° Le but de cette question est de montrer que les droits (AD), (BE) et (CF) sont concourantes.
Pour cela on note I le point d'intersection des droites
(AD) et (BE) et on introduit :

- l'homothétie h_1 de centre I qui transforme D en A ;
- l'homothétie h_2 de centre I qui transforme B en E.

a) Déterminer l'image de la droite (CD) par l'homothétie h_1 puis par la composée $h_2 \circ h_1$

b) Déterminer l'image de la droite (CB) par la composée $h_1 \circ h_2$

c) En déduire que la droite (CF) passe aussi par le point I.

2° a) Montrer que (AD) et (CF) son perpendiculaires. On pourra utiliser une rotation adéquate.

b) En déduire que I appartient au cercle (C) circonscrit au carré OABC.

3° Soit f la similitude directe de centre I qui transforme C en D.

a) Déterminer l'angle de f.

b) Montrer que f (B) = O

4° Soit g la similitude indirecte qui transforme B en I et I en O.

Montrer que $g \circ f^{-1}$ est une symétrie axiale et déterminer son axe.

Exercice 17:

ABCD est un losange de centre O tel que
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ On pose I = A * B , J = A * D
et G le centre de gravité du triangle ABD.

1) Soit f la similitude directe : f (D) = I et f (B) = A

a)Déterminer l'angle et le rapport de f.

b) On désigne par Ω le centre de f.
Montrer que Ω appartient au cercle circonscrit à BID et au cercle circonscrit à ABG. Construire Ω.

2) Soit σ la similitude indirecte telle que
σ(I) = D et σ(O)=C et h = σ o $S_{(AC)}$.

a)Déterminer h (O) et h (J).

b) Caractériser alors h puis σ.

3)) Caractériser l'application σ o f.

Exercice 18:

Dans le plan orienté on donne un triangle rectangle OAB tel que OA=2OB et $(\vec{OA}, \vec{OB})$=Π/2(2Π),
on désigne par I = O*A et J=O*B

1)Soit S la similitude directe qui transforme O en A et B en O.

a)Déterminer l'angle et le rapport de S

b)Sot Ω le centre de S, montrer que Ω est le projeté orthogonal de O sur la droite (AB)

c)Montrer que S(J)=I, en déduire que les droites (ΩJ) et (ΩI) sont orthogonales

2)La perpendiculaire de (OA) en A coupe la droite (ΩJ) en C

a)Montrer que S((OA)) = (AC)

b)En déduire S(I)

c)M que le cercle de diamètre [IC] passe par Ω

3)Soit φ la similitude indirecte qui transforme O en A et B en O.

a)Déterminer $\varphi o \varphi$(B)

b)Montrer que φ admet une centre Ω' et que $\Omega' \in$(AB)

c)Montrer que $\varphi(\Omega)$est le point K le symétrique de Ω par rapport à (OA)

d)Mque $\Omega' \in$(OK),construire alors Ω' et l'axe Δ de φ.

Exercice 19:

Dans un plan orienté, on considère un tringle équilatéral

CKB tel que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BK}) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et A = K*B.

Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
On désigne par O et I les milieux respectifs des segments [AC] et [AD].
1)Soit S la similitude directe tel que S(I)=B et S(D)=K
a)Donner son angle et évaluer son rapport.
b) Déterminer les images des droites (CI) et (DC) par S.
c) Déduire que C est le centre de S.
2) On désigne par Δ la médiatrice du segment [CD],
on pose $f=S_o \circ S_\Delta$.
a)Montrer que f est une symétrie glissante que l'on caractérisera.
b)Vérifier que f(K)=C.
3)On pose g = f o S
a)Montrer que g est. une similitude indirecte dont on précisera le rapport.
b)On désigne par Ω le centre de g et par d son axe. Montrer que g o g est une homothétie que l'on précisera.
c)Donner g(D) et g(C) puis construire le centre Ω de S.
d)Montrer que l'axe d est la médiatrice du segment [EC]
où D = Ω * E

Exercice 21 :
Soit dans le plan orienté, un losange ABCD tel que
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3}\ (2\pi)$ et AB $\geq$ 6 (en cm)

Soit R la rotation de centre D et d'angle $-\pi/3$.
I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [AD] et [AC] . Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle BCD et O' le centre du cercle circonscrit au triangle ABD.
1°) Soit f = S_{DA} o R , étudier la nature et le éléments caractéristiques de f.
2°) Soit g = R o S_{BC}
a – déterminer g (B) et g (C).
b – montrer g n'est pas une symétrie orthogonale.
c – donner la nature de g et donner sa forme réduite.
3)Soit h = h(D, ½), on pose S= Roh.
Soient $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle BCD,
$\mathcal{C}'$ le cercle circonscrit au triangle DKL et E le point diamétralement opposé à D dans le cercle $\mathcal{C}$.
a)Déterminer S(B), S(C) et S(E)
b)Préciser la nature et les éléments caractéristiques de S.
c)Montrer que $\mathcal{C}'$ est le cercle de diamètre [DO']

Exercice 22 :
Soit ABC un triangle rectangle et isocèle tel que
$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

On désigne par I, J et O les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AC].
Les demi-droites [OI) et [OJ) coupent le cercle de diamètre [AC]
respectivement en A' et B'.

1) Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{4}$.

Déterminer r(A) et r(B).

2) Soit h l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$

a) Montrer que : $\frac{OI}{OA'} = \frac{OJ}{OB'} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) En déduire h(A') et h(B')
3) On désigne par S la similitude directe qui transforme A en I et B en J.
a) Montrer que S = h o r.
b) En déduire les éléments caractéristiques de S.
4) Soient φ la similitude indirecte qui transforme I en B et J en C et g = φ o S.
a) Montrer que g est un antidéplacement
b) Déterminer g (A) et g(B)
c) Donner la nature de g puis la caractériser.

Exercice 23:
On considère dans un plan P orienté un triangle équilatéral ABC de sens direct. On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] et par D le symétrique de A par rapport à C.
1°) Soit f l'antidéplacement de P tel que ;
f (C) = A et f (A) = B.
Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.
2°) Soit g la similitude directe telle que :
g (B) = D et g (I) = C.
Montrer que g (A) = A et déterminer les éléments caractéristiques de g.

3°) Soit Ω le point défini par $\overrightarrow{\Omega A} + 2\overrightarrow{\Omega I} = \vec{0}$
a Justifier que (f o g) est une similitude indirecte.
b Déterminer (f o g)(I) et (f o g) (A) .

c/ Vérifier que $\overrightarrow{\Omega B} + 2\overrightarrow{\Omega A} = \vec{0}$.
En déduire que (f o g) (Ω) = Ω.
4°) a- Déterminer le rapport de la similitude (f o g).
b- Montrer que l'axe de la similitude (f o g) est la perpendiculaire en Ω à la droite (AB). **(TN 95)**

Exercice 24:TN 2005
Soit ABC un triangle rectangle en B tel que

$(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$, AB = 3 et BC = 4

1)Soit f la similitude directe tel que f(A)=B et f(B)=C.
a)Déterminer l'angle et le rapport de f.
b)Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC). Montrer que H est le centre de f.
2)Soit D=f(C)
a)Montrer que D appartient à la droite (BH)
b)Construire le point D.
3)Soit g la similitude indirecte qui transforme A en B et B en C. On désigne par Ω le centre de g.
a)Montrer que $fog^{-1} = S_{(BC)}$.
b)Soit E=g(C). Déterminer $S_{(BC)}$ (E)
Construire alors le point E.
c)Préciser la nature de gog. Montrer que Ω appartient à la droite (AC) ainsi qu'a la droite (BE).
d)Construire le point Ω et l'axe Δ de la similitude g.

Exercice 25:

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ et K le symétrique de B par raport à A.

On désigne par O, I et J les milieux respectifs des segments [AC], [BC] et [AD]

1)Soit S la similitude directe du plan telle que S(J)=B et S(D)=K

a)Donner une mesure de l'angle de S.

b)Donner le rapport de S.

c)Montrer que le centre de S est C .

2)Soit A'le symétrique de D par rapport à C et f l'antidéplacement du plan qui transforme D en A et A en A'

a) Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera les éléments caractéristiques.

b)Montrer que f(K)=C

3)On pose g=fos

a)Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

b)On désigne par Δ l'axe de g et par Ω son centre. que gog est l'homothétie de centre Ω et de rapport 4.

Vérifier que gog(D)=B

c)Donner une construction de l'axe Δ de g.

Exercice 26:(LPG)

Le plan orienté dans le sens direct.
On considère un triangle équilatéral direct BCK et on désigne par A , O et I les milieux respectifs de [KB], [AC] et [AD] où D est le point tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

1°) Soit S la similitude directe qui transforme I en B et D en K.
a) Déterminer l'angle et le rapport de S
b) Déterminer les images par S des droites (CI) et (DC).
c) En déduire que C est le centre de S.

2°) On désigne par S_O la symétrie centrale de centre O et par S_Δ la symétrie orthogonale d'axe Δ médiatrice du segment [CD]. On pose f = S_O o S_Δ .
a) Montrer que le quadrilatère ACDK est un rectangle.
b) Montrer que f(C) = B et que f(K) = C.
c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f.

3°) On pose g = f o S
a) Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.
b) Déterminer gog(D) .
c) Soit Ω le centre de g.
Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés (D , - 4) et (B , 1)
d) Soit Δ' l'axe de g. Montrer que Δ' est la médiatrice du segment [CE] où E = $S_D(\Omega)$.

Exercice 27:(TN 2009)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{2}(2\pi)$
On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [AC] et [JC]
1)Faire une figure
2)Soit f la similitude directe de centre J, qui envoie A en K.
a)Déterminer l'angle et le rapport de f
b)Justifier que f(K) = L
c)Soit H le milieu du segment [AJ].
Justifier que f(I) =H
3)On munit le plan du repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$. Soit φ l'application du plan dans lui-même qui a tout point M(z) associe le point M'(z') tel que : $z' = -(\frac{1+i}{2})\bar{z} + \frac{1+i}{2}$
a)Mque φ est une similitude indirecte de centre C
b)Donner les affixes des points I, K, J et H.

c)Déterminer $\varphi(I)$ et $\varphi(J)$

d)Déduire alors que $\varphi = f o S_{(IK)}$.

4)Soit Δ l'axe de la similitude indirecte φ

a)Tracer Δ

b)La droite Δ coupe les droites (IK) et (HL) respectivement en P et Q

Montrer que $\varphi(P) = f(P)$ et en déduire que $\varphi(P) = Q$

Exercice 28 :TN2012 :

On considère dans le plan orienté un carré ABCD de centre O tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On note I, J et K les milieux respectifs des segments [AB], [CD] et [AD]. Soit S la similitude directe qui transforme A en O et B en J.

1) Déterminer le rapport et l'angle de S.

2) a)Déterminer les images des droites (BC) et (AC) par S.

b) En déduire S(C)

3)a)Déterminer l'image du carré ABCD par S.

b)En déduire que S(D)=K

c) Soit Ω le centre de S. Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés (C, 1) et (K, 4)

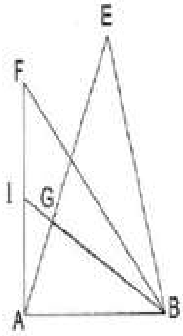
d)Soit E le milieu du segment [OD].

Montrer que S o S(A) = E

e) Construire Ω.

4)Montrer que les droites (AE), (CK) et (DI) sont concourantes.

Exercice 29: TN



Dans la figure ci contre. ABF est un triangle rectangle isocèle tel que $(AB, AF)= \frac{\pi}{2}[2\pi]$

I est le milieu [AF].

Les droites (IB) et (AE) se coupent en G et EGB est un triangle rectangle isocèle en G.

1) Soit f la similitude directe de centre B, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Déterminer les images des points E et F par f.

2)Soit g la similitude directe qui envoie A en F et F en B

a) Montrer que g est de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{-3\pi}{4}$

b) Déterminer la nature de g o g et préciser son rapport et son angle

c) Montrer que $\tan(\widehat{ABI}) = \frac{1}{2}$.

En déduire que GB = 2GA

a) En déduire que G est le centre de g

3)Soit r = g o f

a)Montrer que r est la rotation de centre F et d'angle

b) Déterminer r(E). En déduire que EFGH est un carré où

Exercice n°4 (4 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2 page 3), OAB est un triangle rectangle isocèle tel que $OA = OB$ et $\widehat{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I le milieu du segment [AB] et par C et D les symétriques respectifs du point I par rapport à O et à B.

Soit f la similitude directe qui envoie A sur D et O sur C.

1) Montrer que f est de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

2) a) Montrer que O est l'orthocentre du triangle ACD.

b) Soit J le projeté orthogonal du point O sur (AC).

Déterminer les images des droites (OJ) et (AJ) par f et en déduire que J est le centre de la similitude f.

3) Soit g la similitude indirecte de centre I, qui envoie A sur D .

a) Vérifier que g est de rapport 2 et d'axe (IC). En déduire g(O).

b) Déterminer les images de C et D par gof^{-1}. En déduire la nature de gof^{-1}.

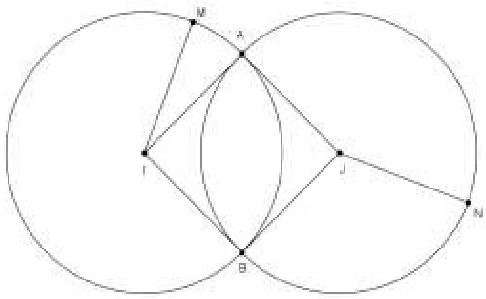
4) Soit $I' = f(I)$ et $J' = g(J)$

a) Déterminer les images des points J et I' par gof^{-1}.

b) Montrer que les droites (IJ), (I'J') et (CD) sont concourantes.

H est le milieu de [EB]

Exercice 30:



Dans la figure ci contre, AIBJ est un carré direct, (C) et (C') sont deux cercles passants par A de centres respectifs I et J. Soit M un point variable de (C) et N le point de (C') tel que $(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{JN}) \equiv -\frac{\pi}{2}$

1° a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f tel que f(I) = J et f(M) = N.

b) Caractériser f.

c) Montrer que A, M et N sont alignés.

2° Si M est distinct de B et de $S_I(B)$, alors la droite (BM) recoupe (C') en F et la droite (BN) recoupe (C) en E. Montrer que f(E) = F

3° On considère les carrés BEHF et BMKN

a) Montrer que I est le milieu de [ME]

b) En déduire que A est le milieu de [HK]

(On pourra utiliser une similitude adéquate)

c) Montrer que lorsque M varie, H et K varient sur un cercle fixe.