

Exercice 1

Un quincaillier achète des ampoules de trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20% au premier fournisseur, 50% au deuxième fournisseur et 30% au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 3% d'ampoules avec défaut, le deuxième fournisseur fabrique 2% d'ampoules avec défaut et le troisième fournisseur fabrique 5% d'ampoules avec défaut.

- 1) Calculer la probabilité de l'évènement D « L'ampoule est défectueuse »
- 2) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse qu'elle est la probabilité qu'elle provienne du premier fournisseur.
- 3) L'ampoule choisit au hasard ne provient pas du premier fournisseur. Calculer la probabilité pour qu'elle soit défectueuse.

Exercice 2

Un centre de santé a mis au point un test de dépistage d'une maladie non contagieuse et souhaite en évaluer l'efficacité. Une étude est alors menée sur une population de 10 000 individus.

On dispose des données suivantes :

- * 15% sont touchés par la maladie.
- * 36 individus sont atteints par la maladie et présentent un test négatif.
- * 0,34% de la population étudiée présente un test positif et n'est pas malade.

On choisit au hasard une personne de cette population.

On note M l'évènement « la personne est malade ». \bar{M} l'évènement « la personne est sain ».

T_+ l'évènement « le test est positif ». T_- l'évènement « le test est négatif ».

1.a. Déterminer $p(M)$, $p(M \cap T_-)$ et $p(\bar{M} \cap T_+)$.

b. Calculer alors $p(M \cap T_+)$ et $p(T_+)$.

2. Quel est le pourcentage de la population qui présente un test négatif et n'est pas malade ?

3. On choisit au hasard une personne parmi celles qui présentent un test positif.

Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?

4. En conclusion de l'étude, le test est déclaré efficace lorsque moins de 3% des individus malades présentent un test négatif, et que plus de 97% des individus sains présentent un test négatif. Ce test sera-t-il déclaré efficace ?

Exercice 3

Deux constructeurs d'automobiles lancent simultanément deux modèles de voitures a et b.

Afin de promouvoir leur produit, ils font appel à des sociétés de publicité qui procèdent à des sondages.

La campagne publicitaire dure plusieurs mois.

Chaque mois on interroge les mêmes individus. On définit les évènements suivants :

A_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle a au $n^{\text{ème}}$ mois », ($n \in \mathbb{N}^*$).

B_n : « L'individu interrogé se déclare favorable au modèle b au $n^{\text{ème}}$ mois ». On pose $p_n = p(A_n)$ et $q_n = p(B_n)$.

1) On suppose qu'un individu interrogé est obligé de se déterminer soit pour le modèle a, soit pour le modèle b.

Ecrire une relation entre p_n et q_n .

2) On constate qu'un individu favorable au modèle a garde une fois sur deux le même avis le mois suivant, alors qu'un individu favorable au modèle b garde le même avis sept fois sur dix le mois suivant.

a) Déterminer dans ces conditions les probabilités conditionnelles suivantes : $p(B_{n+1}/A_n)$ et $p(B_{n+1}/B_n)$.

b) Montrer que $q_{n+1} = \frac{1}{5}q_n + \frac{1}{2}$.

3)a) Montrer que la suite (U_n) définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = q_n - \frac{5}{8}$ est géométrique.

b) On suppose qu'au premier mois tous les individus se déclarent favorable au modèle b.

Exprimer q_n en fonction de n.