

Exercice 1

Dans cet exercice, on étudie quelques grandeurs caractéristiques du fonctionnement des parkings d'une ville.

1. On appelle durée d'attente le temps qui s'écoule entre le moment où la voiture se présente à l'entrée du parking et le moment où elle franchit la barrière d'entrée du parking.

On modélise cette durée d'attente exprimée en minutes par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,5$.

a. Une voiture se présente à l'entrée du parking.

Quelle est la probabilité qu'elle mette moins de deux minutes pour franchir la barrière ?

b. Une voiture attend à l'entrée du parking depuis une minute.

Quelle est la probabilité qu'elle franchisse la barrière dans la minute suivante ?

2. Une fois garée, la durée de stationnement est limitée à trois heures.

La durée de stationnement en heures est modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0,3]$. Un automobiliste entre et se gare dans le parking.

a. Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement dépasse 2 heures ?

b. Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement ne dépasse pas 15 minutes ?

3. Le tableau suivant donne le tarif de la première heure et chaque heure supplémentaire est facturée à un tarif unique t . Toute heure supplémentaire commencée doit être payée.

Durée de stationnement	Inférieure à 15 mn	Entre 15 mn et 1 h	Heure supplémentaire
Tarif en dinars	0,5	1	t

Soit X la variable aléatoire égale au prix de stationnement d'une voiture.

a. Déterminer la loi de probabilité de X .

b. Calculer $E(X)$ en fonction de t . Déterminer, au dinar près, le tarif t de l'heure supplémentaire que doit fixer le gestionnaire du parking pour que le prix moyen de stationnement d'une voiture soit de 3 dinars.

Exercice 2

Un réparateur de vélos a acheté 30% de stock de pneus à un premier fournisseur, 40% à un deuxième fournisseur et le reste à un troisième.

Le premier fournisseur produit 80% de pneus sans défaut, le deuxième 95% et le troisième 85%.

1) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock.

a) Montrer que la probabilité que ce pneu soit sans défaut est égale à 0,875.

b) Sachant que le pneu choisi est sans défaut, quelle est la probabilité qu'il provienne du deuxième fournisseur.

2) Le réparateur choisit 10 pneus au hasard dans son stock. On suppose que le stock de pneus est suffisamment grand pour assimiler ce choix de 10 pneus à un tirage avec remise de 10 pneus.

Quelle est alors la probabilité qu'au plus un de ces pneus choisis présente un défaut.

3) On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de kilomètres parcourus par un pneu avant la première crevaison. On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

Sachant que $p(500 \leq X \leq 1000) = 0.25$, déterminer une valeur approchée de λ à 10^{-4} près.