

**EXERCICE N°1**

On considère une population composée de 55% d'hommes et 45% de femmes. On suppose que 4% des hommes sont daltoniens et 0,5% de femmes sont daltoniennes. On choisit une personne de cette population

- 1) Calculer la probabilité pour que la personne choisie soit daltonienne
- 2) sachant que la personne choisie est daltonienne calculer la probabilité pour que ce soit femme

**EXERCICE N°2**

Ali et Mohamed jouent au tennis, les deux joueurs ont la même chance de gagner la première partie ; par la suite lorsque Ali gagne une partie la probabilité qu'il gagne la suivante est 0,7 et s'il perd une partie la probabilité qu'il perde la suivante est 0,8 . Dans tout l'exercice,  $n$  est un entier naturel non nul on considère les événements suivants

$A_n$  : Ali gagne la  $n^{\text{ième}}$  partie     $B_n$  : Mohamed gagne la  $n^{\text{ième}}$  partie    on pose  $p_n = p(A_n)$  et  $q_n = p(B_n)$

1) a) Déterminer  $p_1$  puis  $p(A_2 / A_1)$  et  $p(A_2 / B_1)$

b) calculer  $p_n + q_n$  puis montrer que pour tout  $n$  non nul on a :  $p_{n+1} = (0,5)p_n + 0,2$

3) On pose pour tout  $n$  non nul  $v_n = p_n - \frac{2}{5}$

a) Prouver que la suite  $v$  est une suite géométrique et exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$     b) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$

**EXERCICE N°3**

Une entreprise fabrique des pièces électroniques pour une marque de voitures. Une étude statistique a prouvé que 6% des pièces fabriquées sont défectueuses.

L'unité de contrôle rejette 97% des pièces défectueuses et 2% des pièces non défectueuses

On choisit une pièce au hasard et on la soumet à un test de contrôle

On note  $D$  : La pièce est défectueuse et  $R$  : la pièce est rejeté par l'unité de contrôle

1) Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilité

2) a) calculer la probabilité que la pièce soit défectueuse et ne soit pas rejetée par l'unité de contrôle

b) On dit qu'il y a erreur de contrôle lorsque une pièce défectueuse est acceptée ou une pièce non défectueuse est rejeté. Calculer la probabilité pour qu'il y ait une erreur de contrôle.

3) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit acceptée est égale à 0,923

4) Pour la commercialisation de ses pièces l'entreprise décide de faire passer chaque pièce à trois contrôles successifs mais indépendants :

< Si la pièce est acceptée par les trois contrôles, elle sera commercialisée avec le logo de la marque de voiture .

< Si la pièce est acceptée uniquement par deux contrôles, elle sera commercialisée sans le logo de la marque de voiture .

< Si elle est acceptée uniquement par un contrôle ou rejeté, elle sera détruite.

a) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit commercialisée sans le logo de la marque de voiture est  $3 \times (0,923)^2 \times (0,077)$  .

b) Déterminer la probabilité pour que la pièce soit détruite.

**EXERCICE N°4**

Un artisan est contacté à domicile par ses clients sur appel téléphonique et dispose d'un répondeur ; quand l'artisan est absent, il branche systématiquement son répondeur . Quand il est présent, il le branche une fois sur trois. Quand un client téléphone, il ya 4 chances sur cinq d'obtenir le répondeur et une chance sur cinq d'obtenir l'artisan.

On note  $R$  : le client obtient le répondeur     $A$  : l'artisan est présent

1) a) Déterminer  $p(R)$  ainsi  $p(R/A)$  et  $p(R/\bar{A})$     b) Montrer que  $p(A) = \frac{3}{10}$

2) un client téléphone ; il obtient le répondeur. Déterminer la probabilité que l'artisan soit présent

**EXERCICE N°1**

Une société d'assurance répartit ses clients en trois classes.

$C_1$  : les bons risques  $C_2$  : les risques moyens  $C_3$  : les mauvais risques

Les effectifs de ces trois classes représentent 15% des adhérents pour la classe  $C_1$ , 60% pour la classe  $C_2$  et 25% pour la classe  $C_3$ .

Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours d'une année pour un adhérent de l'une de ces trois classes sont respectivement de 0.1, 0.2 et 0.4.

1. Quelle est la probabilité qu'un adhérent ait un accident dans une année ?
2. Si un adhérent a eu un accident dans une année, quelle est la probabilité qu'il soit de la classe  $C_1$  ?
3. Au cours d'une année, cette société a reçu la déclaration de 1000 accidents.  
On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de déclarations provenant d'un adhérent de classe  $C_1$ .
  - a. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - b. Déterminer le nombre moyen de déclarations provenant d'un adhérent de classe  $C_1$  pour cette année.

**EXERCICE N°2**

Un tireur à l'arc envoie 5 flèches sur la cible. On admet que chaque tir est indépendant des précédents et que la probabilité d'atteindre la cible est pour chaque tir égale à 0.75.

1. Calculer la probabilité :
  - a. d'atteindre exactement 4 fois la cible.
  - b. d'atteindre au moins une fois la cible.
  - c. d'atteindre la cible exactement deux fois consécutives.
2. On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui prend pour valeur le rang de la première fois qu'il atteint la cible et prend pour valeur 0 s'il n'atteint jamais la cible.
  - a. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - b. Déterminer la valeur moyenne de  $X$ .

**EXERCICE N°3**

① Dans un stand de tir, un tireur effectue des tirs successifs pour atteindre un ballon afin de le crever.

A chacun de ces tirs, la probabilité de crever le ballon est égale à 0.2.

Le tireur s'arrête quand le ballon est crevé. Les tirs successifs sont supposés indépendants.

- a) Quelle est la probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact ?
- b) Quelle est la probabilité que le tireur effectue au plus deux tirs pour crever le ballon ?
- c) Quelle est la probabilité  $p_n$  que le tireur effectue au plus  $n$  tirs pour crever le ballon ?
- d) Pour quelles valeurs de  $n$  a-t-on  $p_n > 0.99$  ?

② Ce tireur participe au jeu suivant :

Dans un premier temps, il lance un dé tétraédrique régulier et bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 4. Soit  $k$  le numéro de la face cachée. Le tireur se rend alors au stand de tir et il a droit au plus à  $k$  tirs pour crever le ballon. Déterminer la probabilité de crever le ballon.

#### EXERCICE N°4

Une urne contient 5 boules blanches et 4 rouges ; on effectue 3 tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante : Si la boule tirée est rouge on la remet dans l'urne ; si elle est blanche on ne la remet pas si  $1 \leq k \leq 3$  on note  $E_k$  l'événement : seule la  $k^{\text{ème}}$  boule tirée est blanche

- 1) Calculer  $p(E_1)$  ;  $p(E_2)$  et  $p(E_3)$
- 2) Calculer la probabilité de tirer une seule boule blanche à l'issue des 3 tirages
- 3) Sachant que l'on a tiré une seule boule blanche quelle est la probabilité que cette boule ait été tirée en dernier

#### EXERCICE N°5

Dans une population donnée 15% des individus ont une maladie  $M_a$ . Parmi les individus de la maladie  $M_a$ , 20% ont une maladie  $M_b$  et parmi les individus non atteints de la maladie  $M_a$ , 4% ont la maladie  $M_b$

- 1) On prend un individu au hasard et on désigne par :

A : l'individu est atteint de la maladie  $M_a$  et B : l'individu est atteint de la maladie  $M_b$

Donner les valeurs de  $p(A \cap B)$  ;  $p(B \cap \bar{A})$  et  $p(B)$  puis  $p(A/B)$

- 2) On prend 10 individus au hasard de cette population et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de ceux ayant la maladie  $M_a$  et  $M_b$

- a) quelle est la loi de probabilité de X
- b) déterminer la probabilité de l'événement : deux individus au plus sont atteints de la maladie  $M_a$  et  $M_b$

#### EXERCICE N°6

On considère deux urnes :  $U_1$  contient 2 boules rouges et 3 boules noires et  $U_2$  contient 1 boules rouges et 3 boules noires ; On tire de  $U_1$  simultanément 2 boules et de  $U_2$  une boule ; Soit X l'aléa numérique définie par le nombre de boules rouges obtenues

- 1) a) Déterminer la loi de probabilité de X puis calculer  $E(X)$
- b) On gagne x dinars pour chaque boule rouge tirée et on perd sept dinars pour chaque boule noire tirée

Déterminer x pour que le jeu soit équitable ( c'est-à-dire  $E(X)=0$ )

- 2) On répète l'épreuve précédente n fois de suite en remettant à chaque fois les boules tirées dans leur propre urne Soit Y l'aléa numérique indiquant le nombre de fois où l'on obtient trois boules de même couleur

- a) Déterminer la loi de probabilité de Y
- b) on désigne par  $p_n$  la probabilité de l'événement avoir au moins deux fois trois boules de même couleur lors des n épreuves

Calculer  $p_n$  puis  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$

- 3) On considère l'épreuve suivante : on tire deux boules de  $U_1$  qu'on les place dans  $U_2$  puis on tire simultanément trois boules de  $U_2$

- a) Calculer la probabilité de l'événement A <obtenir trois boules de même couleur à la fin de l'épreuve>
- b) Sachant qu'on a obtenu trois boules de même couleur quelle est la probabilité d'avoir tiré deux boules de même couleur de  $U_1$

