Rappel du cours : Soient A e t B deux évènements

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

1) A et B sont dites incompatibles lorsque $P(A \cap B) = 0$

2) A et B sont dites indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

3) A et B ne sont pas indépendants lorsque $P(A \cap B) \neq P(A).P(B)$ et dans ces conditions $P(A \cap B) = P(A/B).P(B) = P(B/A).P(A)$

4) Formule de probabilité totale : $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$

Exercice 1

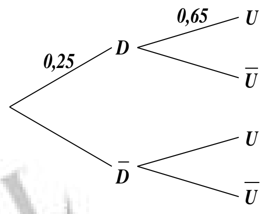
La médiathèque d'une université possède des DVD de deux provenances, les DVD reçus en dotation et les DVD achetés. Par ailleurs, on distingue les DVD qui sont de production européenne et les autres. On choisit au hasard un de ces DVD. On note :

D l'évènement « le DVD a été reçu en dotation » et $\overline{D}$ l'évènement contraire,

U l'évènement « le DVD est de production européenne » et $\overline{U}$ l'évènement contraire.

On modélise cette situation aléatoire par l'arbre incomplet suivant :

On donne la probabilité de l'évènement U : $p(U) = 0,7625$.



1. a. Calculer la probabilité que le DVD choisi ait été reçu en dotation et soit de production européenne.

b. Montrer que la probabilité que le DVD choisi ait été acheté et soit de production européenne est égale à 0,6.

2. Sachant que le DVD est acheté, calculer la probabilité qu'il soit de production européenne

Exercice 2

Un gardien de but doit faire face, lors d'une démonstration, à un certain nombre de tirs directs. Les expériences précédentes conduisent à penser que :

- s'il a arrêté le n^{ième} tir, la probabilité pour qu'il arrête le suivant est 0,8;
- s'il n'a pas arrêté le n^{ième} tir, la probabilité pour qu'il arrête le suivant est 0,6.
- la probabilité pour qu'il arrête le premier tir est 0,7

A_n est l'événement "le gardien arrête le n^{ième} tir".

1. a: Donnez pour n $\geq$ 1 les valeurs de $p(A_{n+1}/A_n)$ et $p(\overline{A}_{n+1}/A_n)$

   b: Exprimez $p(A_{n+1} \cap A_n)$ et $p(A_{n+1} \cap \overline{A}_n)$ en fonction de $p(A_n)$

   c: Déduisez-en que, :$p(A_{n+1}) = 0,2\, p(A_n) + 0,6$.

2. On pose à présent, pour n $\geq$ 1, $p_n = p(A_n)$ et $u_n = p_n - 0,75$

   a: Démontrez que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,2

   b: En déduire p_n en fonction de n et la limite de (p_n)

Exercice 3.

Un grossiste en appareils ménagers est approvisionné par trois marques, notées respectivement M_1, M_2 et M_3.

La moitié des appareils de son stock provient de M_1, un huitième de M_2, et trois huitièmes de M_3.

Ce grossiste sait que dans son stock, 13% des appareils de la marque M_1 sont rouge, que 5% des appareils de la

marque M_2 sont rouges et que 10% des appareils de la marque M_3 le sont aussi.

On donnera les résultats sous forme de fractions.

On choisit au hasard un appareil emballé dans le stock de ce grossiste :

1. Quelle est la probabilité qu'il vienne de M_3 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant qu'il vienne de M_2 ?
3. Quelle est la probabilité que l'appareil choisi ne soit pas de couleur rouge ?
4. Après examen, on s'aperçoit que l'appareil choisi est rouge. Quelle est la probabilité qu'il soit de la marque M_1 ?

Exercice 4

On considère troix urnes U_1, U_2 et U_3

- L'urne U_1 contient deux boules noires et trois boules rouges.
- L'urne U_2 contient une boule noire et quatre boules rouges.
- L'urne U_3 contient trois boules noires et quatre boules rouges.

Une épreuve consiste à tirer une boule de U_1, une boule de U_2 à les mettre dans U_3 puis on tire une boule de U_3. Pour $K \in \{1,2,3\}$ on pose N_k (respectivement R_k) : on tire une boule noire de U_k (respectivement on tire une boule rouge de U_k).

1) Déterminer la probabilité des évènements $(N_1 \cap N_2 \cap N_3)$ et $(N_1 \cap R_2 \cap N_3)$. En déduire la probabilité des évènements $(N_1 \cap N_3)$
2) Calculer la probabilité de $(R_1 \cap N_3)$ et en déduire la probabilité N_3
3) Les évènements N_1 et N_3 sont-ils indépendants ?
4) Sachant que la boule tirée dans U_3 est noire, quelle est la probabilité que la boule tirée de U_1 soit rouge .
5) Soit X la varible aléatoire associée au nombre de boules noires restantes dans l'urne U_3. Déterminer la loi de probabilté de X.

Exercice 5

1) Un entraîneur d'une équipe de football a étudié les statistiques de tirs au but de ses joueurs. Il a alors remarqué que sur une série de cinq tirs au but, un joueur pris au hasard marque :

- 5 buts avec une probabilité de 0,2.
- 4 buts avec une probabilité de 0,5
- 3 buts avec une probabilité de 0,3

Chaque joueur tire 2 séries de 5 ballons.

On admet que les résultats d'un joueur à chacune des 2 séries sont indépendants.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs aux buts réussis par un joueur au cours d'un entraînement.

a) Etablir la loi de probabilité de X. Donner son espérance et sa variance.

b) Définir et construire la courbe de sa fonction de répartition

2) L'entraîneur considère que le joueur a réussi l'épreuve des tirs au but X $\geq$ 8.

Chaque joueur participe à 10 séances d'entraînement.

On admet que les épreuves de tirs au but sont indépendantes.

Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de succès d'un joueur.

a) Déterminer la loi de probabilité de Y.

b) Déterminer sa variance.