Lycée Pilote de Sfax *A/S 2020-2021*	*Série de révision N°2* *Déplacements-Antidéplacements*	*Mr : Mourad EL arbi* *4ème Math*

Dans tous les exercices le plan est orienté dans le sens direct.

1 Soit ABC un triangle isocèle et rectangle tel que $AB = 4$ et $\widehat{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

Soit O, I et J les milieux respectifs des segments $[AC]$, $[OB]$ et $[BC]$.

Soit D le symétrique de O par rapport à (BC). N est le point d'intersection de (AD) et (BC).

① Montrer que I est le milieu de $[AD]$.

② a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui transforme A en C et O en D.
b) Caractériser f.
c) Soit $I' = f(I)$. Montrer que O, N et I' sont alignés.

③ On pose $g = f \circ R$ où R est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Caractériser g.

④ On pose $h = S_{(AO)} \circ f^{-1}$.
a) Montrer que h est une symétrie glissante et préciser ses éléments caractéristiques.
b) Déterminer l'ensemble des points M tels que $h(M) = f^{-1}(M)$.

⑤ On munit le plan du repère orthonormé direct $R = \left(B, \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}, \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}\right)$.
a) Déterminer la forme complexe de l'isométrie $\varphi = g \circ f \circ S_{(BC)}$.
b) En déduire l'ensemble des points M tels que $\varphi(M) = f^{-1}(M)$.

2 Soit ABC un triangle équilatéral direct.

On considère les points E, F et G tels que ACE, AFB et BGC sont des triangles équilatéraux directs.
Soit $H = S_B(E)$.

① a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui transforme E en F et F en G.
b) Caractériser f.
c) Déterminer l'image du triangle EFG par f.

② Déterminer tous les antidéplacements qui transforme $\{E, F, G\}$ en $\{F, G, H\}$.

3 Soit OAB un triangle rectangle en O tel que $\widehat{(\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BA})} \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Soit I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[IB]$. Soit $K = S_{(OI)}(J)$.

① a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(I) = B$ et $f(K) = J$.
b) Caractériser f.

② Soit R la rotation de centre I et d'angle $\frac{2\pi}{3}$. On pose $g = R \circ f$.
Déterminer $g(O)$ puis caractériser g.

③ On pose $g = R \circ t_{\overrightarrow{OK}}$ et $H = r_{\left(J, \frac{\pi}{3}\right)}(K)$.
a) Montrer que $H \in (OI)$.
b) Déterminer $g(J)$ puis caractériser g.

④ On pose $h = g \circ S_{(OJ)}$.
a) Déterminer $h(J)$ et $h(O)$.
b) Caractériser h.

⑤ On pose $\varphi = t_{\overrightarrow{OI}} \circ S_{(OK)}$. Ca