Lycee pilote sfax_ 4math M^r megdich

Serie de revision N°4

EXERCICE N°1

1) Soit n un entier naturel .Montrer que : $7^n \equiv 1(\bmod 10)$ si et seulement si $n \equiv 0(\bmod 4)$

2) Chercher le chiffre des unités de 7^{2009}

3) a) Posons N= 7^{2008} Montrer que N $\equiv C^0_{1004}(-1)^{1004} + C^1_{1004}50(-1)^{1003}(\bmod 100)$

b) Donner les deux derniers chiffres de N dans son écriture décimal

EXERCICE N°2

Une urne contient six pièces de monnaie

Quatre pièces sont équilibrés et les deux autres sont truqués de façon que la probabilité d'obtenir « FACE » est égale à $\dfrac{2}{3}$

On tire au hasard une pièce de l'urne et on effectue n lancers successifs de cette pièce $n \geq 1$

On considère les événements suivants :

E : « la pièce tirée est équilibré » F_n « on obtient FACE pour les n lancers »

1) Déterminer p(E) ,p(F_1/E) , $p(F_1/\overline{E})$ et p(F_1)

2)Montrer que $p(F_n) = \dfrac{1}{3}\left(\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right)$

3) Soit X_n la variable aléatoire définie par $\begin{cases} X_n = n \text{ si } F_n \text{ est réalisé} \\ X_n = 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$

donner la loi de probabilité de X_n et l'espérance de X_n

EXERCICE N°3

1) Soit $z \in \mathbb{C}$;calculer $s(z) = 1 + z^2 + z^4 + \dots\dots\dots + z^{2n-2}$

2)a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^{2n} - 1 = 0$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

b) En déduire les solutions de l'équation s(z)=0

3)a) Montrer que les solutions de l'équation s(z)=0 sont conjugués deux à deux

b)Déduire que $s(z) = \left(z^2 - 2z\cos\dfrac{\pi}{n} + 1\right)\left(z^2 - 2z\cos\dfrac{2\pi}{n} + 1\right)\dots\dots\left(z^2 - 2z\cos\dfrac{(n-1)\pi}{n} + 1\right)$

c)déterminer s(1) et montrer que $\sin\left(\dfrac{\pi}{2n}\right)\sin\left(\dfrac{2\pi}{2n}\right)\sin\left(\dfrac{3\pi}{2n}\right)\dots\dots\sin\left(\dfrac{(n-1)\pi}{2n}\right) = \dfrac{\sqrt{n}}{2^{n-1}}$

EXERCICE N°4

Répondre par vrai ou faux

1)le quotient de (-23) par (-5) est 4

2) $147^{146} \equiv 2[12]$

3) $x^2 \equiv 0[8]$ *équivaut* $x \equiv 0[8]$

4) si $\begin{cases} x \equiv 4[5] \\ x \equiv 3[4] \end{cases}$ alors $x \equiv 19[20]$

5) si p est un entier premier distinct de 2 alors $p^2 \equiv 1[4]$