Serie de revision N°2

EXERCICE N°1

θ étant un réel de l'intervalle $[0,2\pi[$;On pose pour tout nombre complexe z

$f_\theta(z)=z^2-(i+e^{i\theta})z+(1+i)(-1+e^{i\theta})$

1) a- Vérifier que $f_\theta(1+i)=0$

b- En déduire les solutions z' et z'' dans $\mathbb{C}$ de l'équation $f_\theta(z)=0$

2) Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points A ,B et M d'affixes respectives -1, $i\sqrt{3}$ et -1+$e^{i\theta}$

a)Montrer que lorsque θ varie dans $[0,2\pi[$,M varie sur un cercle (ζ) que l'on précisera

b) Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles la droite (BM) est tangente au cercle (ζ)

EXERCICE N°2

Soit ABCD un rectangle direct de centre O et I milieu de $[AB]$

Répondre par vrai ou faux en justifiant

1) $S_{(BC)}0S_{(BD)}0t_{\overrightarrow{BD}}$ est une translation

2) $t_{\overrightarrow{BD}}0S_{(BC)}$ est égale à $t_{\overrightarrow{BC}}0S_{(OI)}$

3) $r_{(O,\frac{-\pi}{2})}\,0\,r_{(C,\frac{\pi}{2})}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$

EXERCICE N° 3

AIJ est un triangle quelconque . BAJ et CIJ sont deux triangles isocèles respectivement en B et C tels que $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BJ}})\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{CI},\overrightarrow{CJ}})\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par t la translation de vecteur $\overrightarrow{IA}$ et par r_B et r_C les rotations de même angle $\frac{\pi}{6}$ et de centres respectives B et C

1)a) Déterminer $r_C(I)$

b) Montrer que $r_B0\,t(I)=J$ et déduire que $r_B0\,t=r_C$

2) Soit K=t(C) Montrer que BC=BK et que $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BK}})\equiv\frac{-\pi}{6}[2\pi]$

3) Soit D le point tel que DIA isocèle en D et $(\widehat{\overrightarrow{DI},\overrightarrow{DA}})\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

a) Soit O le milieu de $[AC]$Montrer que l'image de DIA par la symétrie centrale de centre O est le triangle BKC

b) Montrer que ABCD est un parallélogramme

EXERCICE N° 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sqrt{x^2-4x+5}$. On désigne par ζ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1)a) Dresser le tableau de variation de f

b) Montrer que ζ admet deux asymptotes obliques Δ et Δ' dont on précisera

c) Tracer ζ , Δ et Δ'

2) Soit Ω le point de coordonnés (2,0)

a-Trouver une équation cartésienne de la courbe ζ dans le repère $\left(\Omega,\vec{i},\vec{j}\right)$

b -En déduire que, dans $\left(\Omega,\vec{i},\vec{j}\right)$, la courbe ζ est la représentation graphique de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par g(x)= $\sqrt{1+x^2}$

3) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=\int_0^{u(x)} g(t)dt$ avec u(x)= $\frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)$

a)Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : u(x)=1

b) Montrer que F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x ; $F'(x)=\frac{1}{8}\left(e^x+e^{-x}+2\right)$

c)Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ζ et les droites d'équations x=2, x=3 et y=0 relativement au repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$