Lycée pilote de ………Bizerte……… Prof :M.Ben Ali	**Devoir de controle n° ~~1~~ 2**	
	Epreuve : Mathématique	Date :08-11-2017
	Classe : $4^{éme}$ $Math_1$	Durée :2h

Exercice -1- :(05 points)

Le plan est muni d'un repére orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.

Soit I le point d'affixe 1 et C le cercle de diamétre $[OI]$.

On désigne par A un point du plan d'affixe un nombre complexe a non reel.

A tout point M d'affixe non nul z on associe le point M' d'affixe az.

1)a) Montrer que $(\overrightarrow{M'O},\overrightarrow{M'M}) \equiv \arg\left(\frac{a-1}{a}\right)[2\pi]$.

b) En deduire que OMM' est un triangle rectangle en M', si et seulement si, A appartient au cercle C privé des points I et O.

2) dans cette question M est un point de l'axe des abscisses distinct de O.

A est un point de C privé des points I et O.

a) Montrer que M' appartient à la droite (OA).

b) En deduire que M' est le projeté orthogonal de M sur la droite (OA).

c) Construire l'image d'un point M de $(O,\vec{u})$.

Exercice -2- :(04 point)

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^2+2\alpha z+1=0$ ou z est l'inconnue et α un nombre complexe.

On désigne par a et b les solutions de (E).

1)a) Montrer que : $1-\alpha=\frac{(a+1)^2}{2a}$.

b) Montrer que : $1+\alpha=\frac{-(a-1)^2}{2a}$.

2) Démontrer que : $|1-\alpha|+|1+\alpha|=|a|+|b|$.

Exercice -3- :(05 point)

Soit (t_n) la suite définie sur IN par : $t_n=\frac{(-1)^n}{(3n)!}$.

1) Montrer que la suite (t_n) converge vers 0.

2) Soit (u_n) la suite définie sur IN par : $u_n=\sum_{k=0}^{n}t_k$. On désigne par $v_n=u_{2n}$ et $w_n=u_{2n+1}$.

a) Calculer les quatres premiers termes de la suite (u_n).

b) Montrer que les suites (v_n) et (w_n) sont adjacentes.

c) En déduire que la suite (u_n) converge vers un réel ℓ .

d) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de ℓ .

Exercice -4- : (06 points)

On a représenté ci-dessous les courbes représentatives C_f et C_g respectivement de deux fonctions f et g .

C_f admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote horizontale d'équation $y=3$ et une asymptote verticale d'équation $x=3$

C_g admet trois asymptotes d'équations respectives : $y=-2$; $x=0$ et $y=1-x$

1) Déterminer l'image de l'intervalle $[0,3[$ par la fonction f.

2) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)-x^3$; $\lim\limits_{x\to3}\frac{gof(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(\sqrt{9x^2-3}-3x\right)$ et $\lim\limits_{x\to-1}\frac{f(x)+1}{\sin(\pi(x+}$

3) Déterminer l'ensemble de définition de fof.

4) Soit $n\in IN^*$.

a) Montrer que l'équation $f(x)=\frac{1}{n}$ admet dans $[1,2]$ une solution unique α_n .

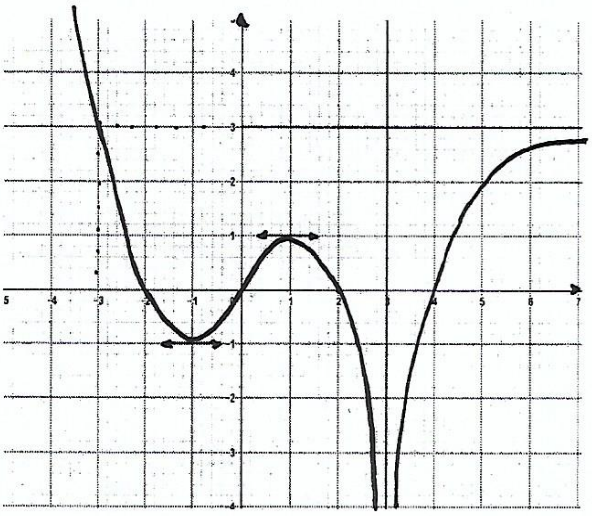
b) Montrer que la suite (α_n) est croissante. En déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.

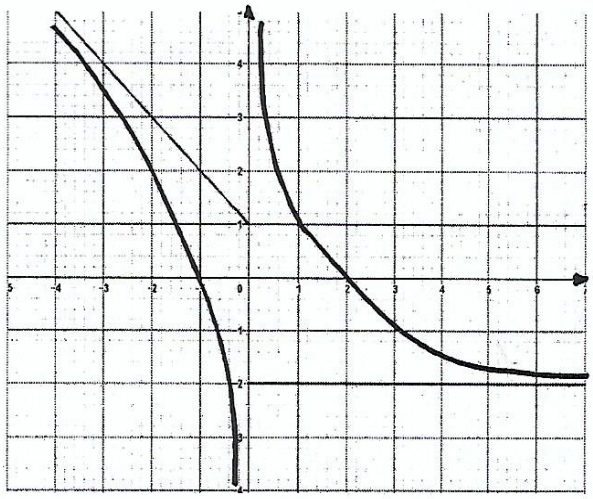
5) Soit h la fonction définie par $h(x)=\frac{1}{f(x)}$ et C_h sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Déterminer l'ensemble de définition de h.

b) Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

- C_h admet trois asymptotes verticales.
- C_h admet une asymptote oblique.
- fof est croissante sur $[0,2]$.





Bon Travail Prof : M.Ben Ali***