4 On considère un carré ABCD de centre I tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

I/ On désigne par J et K les milieux respectifs des segments $[AD]$ et $[CD]$, par C' le symétrique du point C par rapport à D.

Soit R_D et R_B les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs D et B, S_I la symétrie centrale de centre I et S_K la symétrie centrale de centre K.

① Soit $f=R_D\circ S_I\circ R_B$.

a) Déterminer $f(B)$.

b) Montrer que f est une translation que l'on caractérisera.

② On pose $g=f\circ S_{(IJ)}$.

a) Déterminer $g(C)$ et $g(D)$.

b) En déduire que g est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

③ a) Montrer que $S_{(AD)}\circ S_{(CD)}\circ S_{(IK)}\circ S_{(IJ)}=f$

b) En déduire que $S_K\circ S_{(IJ)}=S_{(AD)}\circ f$

c) Montrer que $S_{(AD)}\circ f$ est une symétrie glissante et déterminer ses éléments caractéristiques.

II/ Soit Ω le point d'intersection des bissectrices intérieures du triangle ABD.

On désigne par r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et r' la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

① Construire le point A' image de A par r'.

② Identifier $r'\circ r$.

③ Montrer que les droites $(\Omega A')$ et (AB) sont parallèles.

5 Soit ABCD un losange direct de centre I tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

On désigne par J le point symétrique de D par rapport à B.

Soit r_1 la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et r_2 la rotation de centre B et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.

① Soit $f=r_1\circ r_2$.

a) Déterminer $f(B)$.

b) En déduire les élements caractéristiques de f.

c) Déterminer $r_2(J)$. En déduire que $CA=CJ$.

② a) Déterminer $r_2\circ r_1^{-1}(D)$

b) Soit M un point du plan. On note $M_1=r_1(M)$ et $M_2=r_2(M)$.

Montrer que lorsque le point M varie dans le plan, la droite (M_1M_2) passe par un point fixe.

③ Montrer que $r_1\circ r_2\circ r_1=t_{\overrightarrow{JC}}$.