

Dans tous les exercices le plan est orienté dans le sens direct.

1 Soit ABC un triangle isocèle en B tel que  $(\overline{BC}, \overline{BA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

① Soit S la similitude directe qui transforme B en C et I en J.

Montrer que  $S(A) = A$  puis caractériser S.

② Soit D le symétrique de B par rapport à J et E le symétrique de A par rapport à D.

On désigne par f la similitude directe de centre C qui transforme A en D et par  $g = f \circ S^{-1}$ .

a) Déterminer le rapport et l'angle de g.

b) Déterminer  $g(E)$  et  $g(C)$ .

c) Soit O le centre de g. Montrer que  $\overline{OJ} = -\frac{1}{4}\overline{OE}$  puis construire O.

③ Soit h la similitude indirecte qui transforme B en C et C en E.

a) Déterminer le rapport de h.

b) Soit  $\Omega$  le centre de h et  $\Delta$  son axe.

Montrer que  $\Omega$ , B et E sont alignés. Construire  $\Omega$  et  $\Delta$ .

2 Soit ABCD un rectangle de centre O tel que  $AB = 2AD$  et  $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments [AB], [CD] et [JD].

Soit h l'homothétie de centre A et de rapport  $\frac{1}{2}$  et R la rotation de centre J qui transforme I en D.

① On pose  $S = R \circ h$ .

a) Montrer que S est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle.

b) Déterminer  $S(B)$  et  $S(C)$ .

c) En déduire une construction géométrique du centre  $\Omega$  de S.

d) On note E le point symétrique de B par rapport au point C.

Montrer que le triangle  $E\Omega J$  est rectangle en  $\Omega$ .

② Soit  $S'$  la similitude directe de centre D qui transforme A en C.

Caractériser  $S' \circ S$ .

③ Soit f la similitude indirecte telle que  $f(D) = B$  et  $f(K) = C$ .

a) Déterminer le rapport de f.

b) On pose  $g = h \circ f$ . Déterminer  $g(D)$  et  $g(K)$ .

c) En déduire que g est une symétrie orthogonale dont on précisera l'axe.

d) Déterminer alors la forme réduite de f.