

3 On considère un carré direct ABCD de centre O.

① Soit f la similitude directe qui envoie D sur A et O sur B.

a) Déterminer le rapport et l'angle de f .

b) Montrer que C est le centre de f .

② Soit I le symétrique de O par rapport à (AD) et R la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

On pose $g = t_{\overline{BA}} \circ f \circ R$.

a) Déterminer $g(I)$ et $g(A)$.

b) Montrer que g est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle.

③ Soit Ω le centre de g .

a) Montrer que Ω appartient au cercle circonscrit au triangle ADB.

b) Caractériser $g \circ g$. En déduire que Ω appartient au cercle de diamètre [ID].

c) Construire alors Ω .

④ On pose $\sigma = g \circ S_{(AI)}$.

a) Déterminer $\sigma(A)$ et $\sigma(I)$.

b) Montrer que σ est une similitude indirecte dont on précisera le rapport et le centre.

c) Construire l'axe de σ .

4 Dans l'annexe ABCD est un parallélogramme de centre O tel que $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\overline{BC}, \overline{BA}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC), I le milieu du segment [BC] et K le milieu de [AH].

On désigne par g la similitude indirecte qui transforme B en D et H en C.

① a) Montrer que $g((AH)) = (AC)$.

b) Déterminer le rapport de g .

② Soit E le symétrique de D par rapport à C.

On désigne par f la similitude directe qui transforme H en C et B en E.

a) Déterminer le rapport et l'angle de f .

b) Montrer que A est le centre de f .

c) Déterminer $f \circ g^{-1}(C)$ et $f \circ g^{-1}(D)$.

d) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $f \circ g^{-1}$.

e) Montrer alors que A est le centre de g .

③ Montrer que la droite (AI) est l'axe de g .

④ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $f \circ g$.

