4 A l'instant $t=0$ (t exprimé en heures), le nombre de bactéries dans une enceinte close dont le milieu nutritif est renouvelé en permanence est 1 millier.

Pour $t \geq 0$, on note N(t) le nombre de bactéries en milliers dans l'enceinte après t heures.

On a donc $N(0)=1$.

On admet que la fonction N ainsi définie est dérivable et strictement positive sur $[0,+\infty[$ et que la fonction $\frac{1}{N}$ est une solution de l'équation différentielle $(E): y'=-2y+0,01$.

1. Déterminer les solutions de l'équation (E).
2. En déduire que pour tout $t \geq 0$, $N(t)=\dfrac{1}{0,995e^{-2t}+0,005}$.
3. Dresser le tableau de variation de N.
4. Vérifier que pour tout $t \geq 0$, $N(t)=\dfrac{e^{2t}}{0,005e^{2t}+0,995}$.
5. Calculer le nombre moyen de bactéries dans l'enceinte pendant les 10 premières heures. Donner une valeur approchée de ce nombre aux milliers prés.

5 1°/ Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(t)=(20t+10)e^{-0.5t}$.

a) Montrer que pour tout réel $t \geq 0$, $f'(t)=5(3-2t)e^{-0.5t}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que l'équation $f(t)=10$ admet une unique solution strictement positive α et que $4.673<\alpha<4.674$.

2°/ On désigne par $T(t)$ la température en degrés Celsius d'une réaction chimique à l'instant t exprimé en heures.

La fonction T est une solution de l'équation différentielle $(E): y'+0.5y=20e^{-0.5t}$.

La température à l'instant $t=0$ est égale à 10.

a) Montrer que $T=f$.

b) Au bout de combien de temps la température de cette réaction chimique redescend à sa valeur initiale ? Le résultat sera arrondi à la minute.

c) Calculer, en degrés Celsius, la température moyenne de la réaction chimique durant les trois premières heures.