| Lycée Pilote de Sfax<br>A/S 2019-2020 | Série N°8<br>Déplacements et antidéplacements | Mr : Mourad EL arbi<br>$4^{ème}$ $Math_4$ |
| --- | --- | --- |

**1** Le plan est orienté dans le sens direct. Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre $[BC]$.

Soit A le point de $\mathscr{C}$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

La médiatrice du segment $[AC]$ coupe $\mathscr{C}$ en deux points I et J (I est le point de l'arc $\left[\widehat{AC}\right]$ contenant B). On désigne par H et K les milieux respectifs des segments $[OB]$ et $[AC]$

I/ ① Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme A en C et B en O.

② Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

II/ Soit $R_1$ la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et $R_2$ la rotation de centre J et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.

Soit $g = R_1 \circ R_2$.

① Déterminer $R_2(C)$.

② Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.

③ Construire le point $J'$ image du point J par la rotation $R_1$.

④ En déduire que le point C est le milieu du segment $[JJ']$.

III/ Soit $h = R_1 \circ S_{(AB)}$.

① Déterminer $h(A)$.

② Soit $I'$ le symétrique de I par rapport à $(AB)$.

a) Montrer que le triangle $IAI'$ est équilatéral direct.

b) Déterminer alors $h(I)$.

③ Montrer que h est une symétrie glissante dont on déterminera le vecteur et l'axe.

**2** Soit ABC un triangle direct et $A'$ le milieu du segment $[BC]$.

Soit P et Q les deux points définis par $\begin{cases} PA = PC \\ \left(\widehat{\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi] \end{cases}$ et $\begin{cases} QB = QA \\ \left(\widehat{\overrightarrow{QB}, \overrightarrow{QA}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi] \end{cases}$.

On désigne par $\Omega$ le milieu du segment $[PQ]$, I le milieu du segment $[QA']$, J le milieu du segment $[PA']$ et $P'$ le symétrique de P par rapport à $A'$.

On désigne par $R_P$ et $R_Q$ et les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs P et Q. On pose $f = R_Q \circ S_{A'} \circ R_P$.

① a) Déterminer $f(A)$. Caractériser alors f.

b) Montrer que $R_Q(P') = P$.

② a) Montrer qu'il existe un unique déplacement $\varphi$ tel que $\varphi(A') = Q$ et $\varphi(P) = A'$.

b) Caractériser $\varphi$.

c) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $h = \varphi \circ S_{(A'Q)}$.

③ Soit $\psi$ l'antidéplacement qui envoie $A'$ sur Q et P sur $A'$.

a) Montrer que $\psi(J) = I$.

b) Montrer que $\psi$ est une symétrie glissante.

c) Déterminer les éléments caractéristiques de $\psi$.

④ Soit M un point du plan. On pose $\psi(M) = M_1$ et $\varphi(M) = M_2$.

Montrer que $M_1$ et $M_2$ so… l'on déterminera.