Lycée pilote de Tunis	Fonctions logarithmes 3	Terminales Maths
Mr Ben Regaya. A	* Eléments de corrections	www.ben-regaya.net

« Tous les secrets de la nature gisent à découvert Et frappent nos regards chaque jour sans que nous fassions attention. »

André Gide

Exercice1

Soit f la fonction définie sur $I=\left[\frac{1}{e},e\right]$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{1-(lnx)^2}}{x}$.

1. a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en e et à droite en $\frac{1}{e}$

   b) Montrer que f est dérivable sur $\left]\frac{1}{e},e\right[$ et que $f'(x)=\frac{(lnx)^2-lnx-1}{x^2\sqrt{1-(lnx)^2}}$.

   c) Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe dans un repère orthonormé.

2. Soit H la fonction définie sur I par : $H(x)=\int_1^{lnx}\sqrt{1-t^2}\,dt$

   Montrer que, pour tout $x\in I$ on a : $\int_1^x f(t)dt=H(x)-H(1)$.

3. Soit A une mesure de l'aire du domaine limité par la courbe (C) de f et les droites $x = 1$ $x = e$ et $y = 0$.

   Montrer que $A=-H(1)$.

4. Soit $K(x)=\int_0^{sinx}\sqrt{1-t^2}\,dt$ pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

   a) Montrer que $K(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}sin2x$; pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

   b) Déterminer alors A.

Exercice2

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\int_1^x\frac{lnt}{1+t^2}dt$.

1. a) Etudier le sens de variation de f.

   b) En déduire le signe de $f(x)$.

2. a) Soit x un réel strictement positif, calculer $\int_1^x\frac{lnt}{t^2}dt$.

   b) En déduire que pour tout $x\geq 1$, $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x}-\frac{1}{x}lnx\right)\leq f(x)\leq 1-\frac{1}{x}-\frac{1}{x}lnx$.

   c) Prouver alors que f admet une limite l en $+\infty$ et que $\frac{1}{2}\leq l\leq 1$.

www.ben-regaya.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM

bac Math

3. a) Montrer que, pour tout réel $x \succ 0$, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

   b) En déduire que f est prolongeable par continuité en 0.

4. Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = f(x) & x \succ 0 \\ g(0) = l \end{cases}$

   a) Etudier les variations de la fonction h définie sur $]0,1]$ par $h(x) = g(x) - \frac{1}{2}(xlnx - x)$.

   b) Montrer que pour tout réel x de $]0,1]$, $g(x) - l \prec \frac{1}{2}(xlnx - x)$.

   c) Etudier alors la dérivabilité de g à droite en 0.

   d) Donner l'allure de la courbe de g. On prendra l =0,86.

Exercice3

Pour n entier de $\mathbb{N}^*$, on pose : $u_n = \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}\right) - ln\,n$. On admet que la suite u converge et on note γ sa limite.

1. On pose pour tout n > 2, $v_n = (-1)^n \frac{ln\,n}{n}$

   Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.

2. a) Etudier les variations sur $]0,+\infty[$ de la fonction g définie par $g(t) = \frac{ln\,t}{t}$.

   b) Justifier les inégalités : $\forall n \geq 3, \int_n^{n+1} \frac{lnt}{t}dt \leq \frac{ln(n)}{n}$ et $\forall n \geq 4, \frac{ln(n)}{n} \leq \int_{n-1}^{n} \frac{lnt}{t}dt$

3. Pour $n \geq 3$, on pose : $s_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{lnk}{k}$, $t_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{lnk}{k}$ et $a_n = t_n - \frac{(ln(n))^2}{2}$.

   a) Montrer que la suite $(a_n)_{n\geq 3}$ est décroissante.

   b) Montrer que la suite $(a_n)_{n\geq 3}$ est convergente.

4. a) Montrer que $ln(2) \times \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = 2\sum_{k=1}^{n} \frac{ln2k}{2k} - t_n$

   b) Déduire que pour tout $n \geq 3$, on a : $s_{2n} = t_n - t_{2n} + ln(2) \times \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. En déduire une expression de s_{2n} a l'aide

   de a_n, a_{2n} et u_n.

5. Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} s_{2n}$ (on exprimera cette limite en fonction de γ et de $ln(2)$).

www.ben-regaya.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM

bac Math

Lycée pilote de Tunis	Fonctions logarithmes 3	Terminales Maths
Mr Ben Regaya. A	* Eléments de corrections	www.ben-regaya.net

Exercice1

1. a) $x \in \left[\frac{1}{e}, e\right[$, $\frac{f(x)-f(e)}{x-e} = \frac{\sqrt{1-(lnx)^2}}{x(x-e)} = \frac{1-(lnx)^2}{x(x-e)\sqrt{1-(lnx)^2}} = \frac{(1-lnx)(1+lnx)}{x(x-e)\sqrt{1-(lnx)^2}} =$

$\frac{(1-lnx)}{(x-e)} \times \frac{(1+lnx)}{x\sqrt{1-(lnx)^2}} = -\frac{(lnx-lne)}{(x-e)} \times \frac{(1+lnx)}{x\sqrt{1-(lnx)^2}}$

Or $\lim\limits_{x \to e^-} \frac{(lnx-lne)}{(x-e)} = \frac{1}{e}$ et $\lim\limits_{x \to e^-} \frac{(1+lnx)}{x\sqrt{1-(lnx)^2}} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to e^-} \frac{f(x)-f(e)}{x-e} = -\infty$ f n'est pas dérivable à gauche en e.

$x \in \left]\frac{1}{e}, e\right]$, $\frac{f(x)-f\left(\frac{1}{e}\right)}{x-\frac{1}{e}} = \frac{\sqrt{1-(lnx)^2}}{x\left(x-\frac{1}{e}\right)} = \frac{1-(lnx)^2}{x\left(x-\frac{1}{e}\right)\sqrt{1-(lnx)^2}} = \frac{(lnx+1)}{\left(x-\frac{1}{e}\right)} \times \frac{(1-lnx)}{x\sqrt{1-(lnx)^2}}$

$\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{e}\right)^+} \frac{\left(lnx - ln\left(\frac{1}{e}\right)\right)}{\left(x-\frac{1}{e}\right)} = e$ donc $\lim\limits_{x \to \left(\frac{1}{e}\right)^+} \frac{f(x)-f\left(\frac{1}{e}\right)}{x-\frac{1}{e}} = +\infty$ donc f n'est pas dérivable à droite en $\frac{1}{e}$.

b) $\frac{1}{e} \prec x \prec e \Leftrightarrow -1 \prec lnx \prec 1$ (par croissance de la fonction ln.

$\Leftrightarrow 0 \prec (lnx)^2 \prec 1 \Leftrightarrow -1 \prec -(lnx)^2 \prec 0 \Leftrightarrow 0 \prec 1-(lnx)^2 \prec 1$.

La fonction $x \mapsto 1-(lnx)^2$ est dérivable sur $]0,+\infty[$ et elle est strictement positive sur $\left]\frac{1}{e}, e\right[$ donc la fonction $x \mapsto \sqrt{1-(lnx)^2}$ est dérivable sur $\left]\frac{1}{e}, e\right[$ et sur cet intervalle x est non nul alors f est dérivable sur $\left]\frac{1}{e}, e\right[$ et $f'(x) = \frac{\frac{x\left(-2\frac{1}{x}lnx\right)}{2\sqrt{1-(lnx)^2}} - \sqrt{1-(lnx)^2}}{x^2} = \frac{-\frac{(lnx)}{\sqrt{1-(lnx)^2}} - \sqrt{1-(lnx)^2}}{x^2} = \frac{-lnx-1+(lnx)^2}{x^2\sqrt{1-(lnx)^2}}$. C'est le résultat demandé.

c) Le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left]\frac{1}{e}, e\right[$ est celui de $(lnx)^2 - lnx - 1$.

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

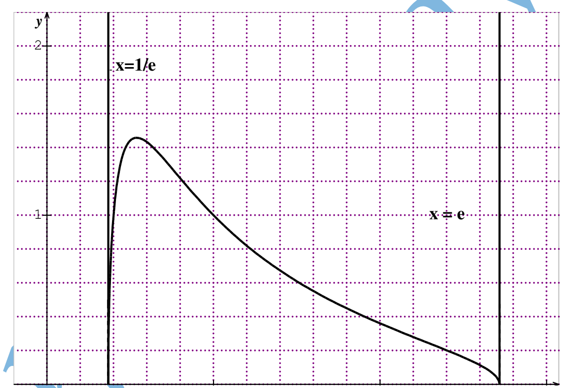
Soit pour $t\in\left]-1,1\right[$ le trinôme t^2-t-1. Il a pour racine $\frac{1-\sqrt{5}}{2}\in\left]-1,1\right[$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\notin\left]-1,1\right[$ et donc

$(lnx)^2-lnx-1=\underbrace{\left(lnx-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}_{\prec 0}\left(lnx+\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$. Donc $(lnx)^2-lnx-1\geq 0\Leftrightarrow lnx+\frac{1-\sqrt{5}}{2}\leq 0$

$\Leftrightarrow x\leq e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$.

Ainsi f est strictement croissante sur $\left[\frac{1}{e},e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}\right]$ et strictement décroissante sur $\left[e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}},e\right]$.

$$f\left(e^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}\right)=\frac{\sqrt{1-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2}}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{-\frac{2}{4}+\frac{2\sqrt{5}}{4}}}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{1-\sqrt{5}}.$$



2. La fonction ln est dérivable sur I et a valeurs dans $[-1,1]$ et sur cet intervalle la fonction $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$ est continue ainsi H est dérivable sur I et pour tout $x\in I$ on a : $H'(x)=\frac{1}{x}\times\sqrt{1-(lnx)^2}$ et comme $H(e)=0$ alors H est la primitive de la fonction $x\mapsto\frac{1}{x}\times\sqrt{1-(lnx)^2}$ qui s'annule en e et donc

$H(x)=\int_e^x\frac{1}{t}\times\sqrt{1-(lnt)^2}dt$

$H(x)=\int_1^x\frac{1}{t}\times\sqrt{1-(lnt)^2}dt+k,\ k\in\mathbb{R}$. Mais $H(1)=\int_1^1\frac{1}{t}\times\sqrt{1-(lnt)^2}dt+k=0+k=0\Leftrightarrow k=H(1)$

On a donc $H(x)=\int_1^x\frac{1}{t}\times\sqrt{1-(lnt)^2}dt+H(1)\Leftrightarrow\int_1^x f(t)dt=H(x)-H(1)$.

3. Puisque f est positive sur I L'aire A demandée est $A=\int_1^e f(t)dt=H(e)-H(1)=-H(1)$.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM

4. a) La fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $sin\left\langle\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right\rangle=[0,1]$ et la fonction $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$ est continue sur $[0,1]$ donc K est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ et $K'(x)=cosx\times\sqrt{1-sin^2x}=cosx\times|cosx|=cos^2x$ vu que $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

Comme $K(0)=0$ alors $K(x)=\int_0^x cos^2t\,dt=\frac{1}{2}\int_0^x(1+cos2t)\,dt=\frac{1}{2}\left[t+\frac{1}{2}sin2t\right]_0^x=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}sin2x\right)$.

b) $A=-H(1)=\int_0^1\sqrt{1-t^2}dt=\int_0^{sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}\sqrt{1-t^2}dt=K\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}sin\pi\right)=\frac{\pi}{4}$.

Exercice2

1. a) La fonction $t\mapsto\frac{lnt}{1+t^2}$ étant continue sur $]0,+\infty[$ donc f est dérivable sur cet intervalle et pour tout réel x $x\succ 0,\ f'(x)=\frac{lnx}{1+x^2}$. f est donc strictement croissante sur $[1,+\infty[$ et strictement décroissante ailleurs.

b) f admet un minimum absolu en 1 qui vaut 0 donc pour tout réel $x\succ 0,\ f(x)\geq 0$.

2. a) Calculons a laide d'une intégration par partie $\int_1^x\frac{lnt}{t^2}dt$.

On pose $\begin{cases}v(t)=lnt\\ u'(t)=\frac{1}{t^2}\end{cases}$ on a donc $\begin{cases}v'(t)=\frac{1}{t}\\ u(t)=-\frac{1}{t}\end{cases}$

Les quatre fonctions étant continues sur $]0,+\infty[$ alors d'après le théorème d'intégration par partis on peut écrire : $\int_1^x\frac{lnt}{t^2}dt=\left[-\frac{lnt}{t}\right]_1^x-\int_1^x-\frac{1}{t^2}dt=-\frac{lnx}{x}-\left[\frac{1}{t}\right]_1^x=-\frac{lnx}{x}-\frac{1}{x}+1$.

b) Soit $x\geq 1$, on a pour t réel appartenant à $[1,x]$

D'une part $t^2\leq 1+t^2\Leftrightarrow\frac{1}{1+t^2}\leq\frac{1}{t^2}$.

D'autre part : $t^2\geq t^2\Leftrightarrow t^2+t^2\geq 1+t^2\Leftrightarrow\frac{1}{2t^2}\leq\frac{1}{1+t^2}$.

Ainsi pour $x\geq 1$ et t réel appartenant à $[1,x]$ on a : $\frac{1}{2t^2}\leq\frac{1}{1+t^2}\leq\frac{1}{t^2}$ et comme $t\geq 1$ alors $lnt\geq 0$ et donc, on obtient $\frac{lnt}{2t^2}\leq\frac{lnt}{1+t^2}\leq\frac{lnt}{t^2}$.

On a donc pour tout réel $x\geq 1$ et pour tout t réel appartenant à $[1,x]$; $\frac{lnt}{2t^2}\leq\frac{lnt}{1+t^2}\leq\frac{lnt}{t^2}$ et la continuité des trois fonctions sur $]0,+\infty[$ et la positivité de l'intégrale permettent d'écrire :

www.ben-regaya.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

$\frac{1}{2}\int_1^x \frac{lnt}{t^2}dt \le \int_1^x \frac{lnt}{1+t^2}dt \le \int_1^x \frac{lnt}{t^2}dt \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(-\frac{lnx}{x}-\frac{1}{x}+1\right) \le f(x) \le -\frac{lnx}{x}-\frac{1}{x}+1$ ou encore

$\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x}\right) \le f(x) \le 1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x}$.

c) $x \ge 1$ donc $\frac{1}{x}+\frac{lnx}{x} \succ 0$ et par suite $f(x) \le 1-\left(\frac{1}{x}+\frac{lnx}{x}\right) \le 1$

f est strictement croissante sur $[1,+\infty[$ et elle est majorée par 1 donc elle admet une limite finie l en $+\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} 1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x} = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x}\right) = \frac{1}{2}$ et pour $x \ge 1$ $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x}\right) \le f(x) \le 1-\frac{1}{x}-\frac{lnx}{x}$ donc

par le théorème de comparaison $\frac{1}{2} \le l \le 1$.

3. a) Soit pour $x \in]0,+\infty[$ $\varphi(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$. La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable sur $]0,+\infty[$ et a valeurs

strictement positives et comme f est dérivable sur cet intervalle alors φ est dérivable sur $]0,+\infty[$ et

$$\varphi'(x) = f'(x) + \frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{lnx}{1+x^2} + \frac{1}{x^2} \times \frac{ln\left(\frac{1}{x}\right)}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{lnx}{1+x^2} - \frac{lnx}{1+x^2} = 0.$$

$\varphi'(x) = 0$ pour tout réel x de $]0,+\infty[$ donc φ est constante sur $]0,+\infty[$ et comme $\varphi(1) = f(1) - f(1) = 0$

alors la fonction φ est nulle ce qui donne pour tout réel x de $]0,+\infty[$, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

b) On a : $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ et donc $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)$.

Or $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$ alors $\lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = l$. Ainsi $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = l$ qui est un réel fini donc f est

prolongeable par continuité en 0.

4. a) Pour $x \in]0,1]$, $h(x) = g(x) - \frac{1}{2}(xlnx - x)$.

g est en faite le prolongement par continuité de f en 0 donc g est dérivable sur $]0,1]$ et la fonction

$x \mapsto xlnx - x$ est dérivable sur $]0,+\infty[$ donc sur $]0,1]$. Ainsi h est dérivable sur $]0,1]$ et

$h'(x) = g'(x) - \frac{1}{2}(lnx) = \frac{lnx}{1+x^2} - \frac{lnx}{2} = lnx \times \frac{1-x^2}{2(1+x^2)} \le 0$ car sur $]0,1]$ $lnx \le 0$ et $1-x^2 \ge 0$.

h est alors strictement décroissante sur $]0,1]$ et $h\langle]0,1]\rangle = \left[\frac{1}{2}, l\right[$

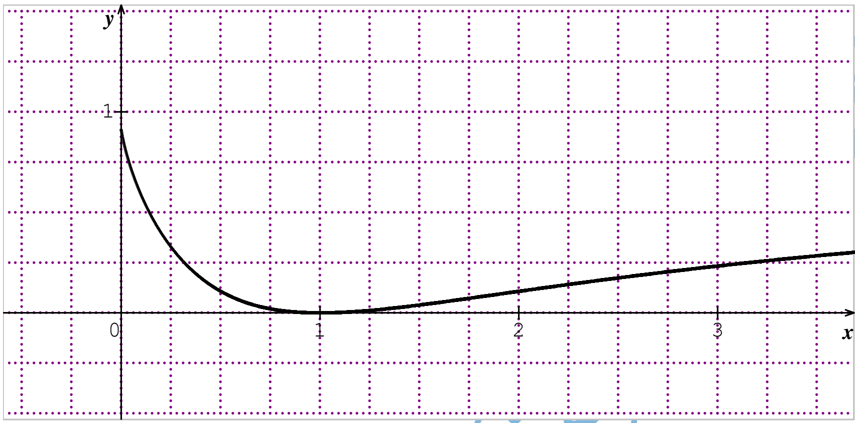
www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

b) On a pour tout $x \in \left]0,1\right]$, $h(x) \in h\left\langle \left]0,1\right] \right\rangle = \left[\frac{1}{2}, l\right[\Rightarrow h(x) \prec l$

$\Leftrightarrow g(x) - \frac{1}{2}\left(xlnx - x\right) \prec l \Leftrightarrow g(x) - l \prec \frac{1}{2}\left(xlnx - x\right)$ ce qu'il faut prouver.

c) Pour $x \succ 0$, $\frac{g(x) - g(0)}{x} = \frac{g(x) - l}{x}$. Or $g(x) - l \prec \frac{1}{2}\left(xlnx - x\right)$ et $x \succ 0$ donc $\frac{g(x) - l}{x} \prec \frac{1}{2}\left(lnx - 1\right)$.

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{2}\left(lnx - 1\right) = -\infty$ donc par le théorème de comparaison $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{g(x) - l}{x} = -\infty$ et g n'est pas dérivable à droite en 0.



Exercice3

1. $\left|v_n\right| = \frac{ln\,n}{n}$ car $n \geq 2$ donc $ln\,n \succ 0$ et comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{ln\,n}{n} = 0$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$

2. a) g est dérivable sur $\left]0, +\infty\right[$ et $g'(x) = \frac{1 - lnx}{x^2}$

   On constate que g est strictement décroissante sur $\left[e, +\infty\right[$ et qu'elle est strictement croissante sur $\left]0, e\right]$.

   b) g étant strictement décroissante sur $\left[e, +\infty\right[$ alors pour $n \geq 3$, la fonction g est majorée par $g(n)$ sur $\left[n, n+1\right]$ et, pour $n \geq 4$, minorée par cette même quantité sur l'intervalle sur $\left[n-1, n\right]$. En découlent les deux inégalités demandées.

3. a) $a_{n+1} - a_n = \frac{ln\left(n+1\right)}{n+1} - \frac{\left(ln(n+1)\right)^2}{2} + \frac{\left(lnn\right)^2}{2} = \frac{ln\left(n+1\right)}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{lnt}{t}\,dt \leq 0$ ce qui prouve que la suite $\left(a_n\right)_{n \geq 3}$ est décroissante.

   b) Egalement :

   $t_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{lnk}{k} = \frac{ln1}{1} + \frac{ln2}{2} + \sum\limits_{k=3}^{n-1} \frac{lnk}{k} + \frac{lnn}{n}$. Or $\frac{lnk}{k} \geq \int_k^{k+1} \frac{lnt}{t}\,dt \quad \forall k \geq 3$ donc $\sum\limits_{k=3}^{n-1} \frac{lnk}{k} \geq \sum\limits_{k=3}^{n-1} \int_k^{k+1} \frac{lnt}{t}\,dt$ et

www.ben-rejeb.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

par suite $\sum_{k=3}^{n-1} \frac{lnk}{k} \geq \int_3^n \frac{lnt}{t}\,dt$ (Relation de Chasles pour le calcul intégrale). Donc

$$t_n \geq \frac{ln2}{2}+\frac{lnn}{n}+\int_3^n \frac{lnt}{t}dt$$

$\int_3^n \frac{lnt}{t}dt=\frac{1}{2}(lnn)^2-\frac{1}{2}(ln3)^2$. On en déduit que

$a_n=t_n-\frac{1}{2}(lnn)^2 \geq \frac{ln2}{2}+\frac{lnn}{n}-\frac{1}{2}(ln3)^2 \geq \frac{ln2}{2}-\frac{1}{2}(ln3)^2$. Ainsi la suite $(a_n)_{n\geq 3}$ est minorée. Comme elle est décroissante, elle converge.

4. a) On calcul $ln(2)\times\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{ln2k}{k}-\frac{lnk}{k}\right)=2\sum_{k=1}^{n}\frac{ln2k}{2k}-\sum_{k=1}^{n}\frac{lnk}{k}=2\sum_{k=1}^{n}\frac{ln2k}{2k}-t_n$

b) $s_{2n}+t_{2n}=\sum_{k=1}^{2n}(-1)^k\frac{ln\,k}{k}+\sum_{k=1}^{2n}\frac{ln\,k}{k}=2\sum_{p=1}^{n}\frac{ln\,2p}{2p}=ln(2)\times\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}+t_n$.

On a donc $s_{2n}=a_n+\frac{(lnn)^2}{2}-a_{2n}-\frac{(ln(2n))^2}{2}+ln2\times\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)$ et en développant, on obtient :

$$s_{2n}=a_n-a_{2n}+u_n\,ln2-\frac{(ln2)^2}{2}.$$

5. On a donc $\lim_{n\to+\infty}s_{2n}=\lim_{n\to+\infty}a_n-\lim_{n\to+\infty}a_{2n}+\gamma ln2-\frac{(ln2)^2}{2}=\gamma ln2-\frac{(ln2)^2}{2}$.

www.ben-regaya.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM

bac Math