Exercice 1☺

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x$

1- Etudier les variations de g. Calculer $g(0)$

2- On pose $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x - x}$ et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

   a- En déduire à partir des variations de g que f est définie sur $\mathbb{R}$ et que pour tout réel x, $f(x) > 0$

   b- Calculer les limites de f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$. Interpréter graphiquement ces résultats

   c- Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite $D : y = 1$ pour $x \geq 0$.

3- Etudier les variations de f et construire (C_f) (Unité graphique : 2cm)

Exercice 2:

Soit $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$

1. Etudier les variations de f
2. Montrer que la courbe C_f admet un seul point d'inflexion I
3. Montrer que I est un centre de symétrie pour la courbe C_f
4. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point I.
   Construire cette tangente et la courbe C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
5. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1}, et déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$

Exercice 3☺

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - e^{-x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (**Unité graphique** : 2cm)

1- a- Dresser le tableau de variation de f.

   b- Montrer que la droite $D: y = x + 1$ est une asymptote de (C_f)

   c- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

   d- Construire (C_f)

2- a- Calculer en cm² l'aire A_λ de la région du plan limitée par (C_f), D et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$. $(\lambda \geq 1)$

   b- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_\lambda$

3- a- Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b- En déduire que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α

   c- Tracer la courbe (C') de la fonction f^{-1}, réciproque de f, dans le même repère.

   d- Calculer $\int_0^\alpha f(x)dx$. En déduire $\int_0^1 f^{-1}(x)dx$

Exercice 4:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{\ln 2\}$ par : $f(x) = x + \dfrac{e^x}{2(e^x - 2)}$

1. Etudier les limites et les variations de f
2. a. Montrer que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe ζ représentative de f au voisinage de $-\infty$. Préciser la position de ζ par rapport à cette asymptote

   b. Montrer que la droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{2}$ est asymptote à ζ au voisinage de $+\infty$

Préciser la position de ζ par rapport à cette asymptote

3. Montrer que le point $I\left(\ln 2\ ,\ \ln 2+\frac{1}{4}\right)$ est centre de symétrie de ζ

4. Construire ζ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$(unité de longueur 2cm)

__Exercice 5:__

Soit f définie par : $\begin{cases} f(x)=(2x-1)e^{\frac{1}{x}} & si\ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1. a. Déterminer le domaine de définition de f
   b. Etudier la continuité de f en 0
   c. Etudier la dérivabilité de f en 0
2. Dresser le tableau de variation de f
3. a. Déterminer $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$ $\left(poser\ u=\frac{1}{x}\right)$
   b. En déduire que la droite d'équation $y=2x+1$ est asymptote à C_f
   c. Construire C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

__Exercice 6__ ☺

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(ax+b)e^x$.
Sur la feuille annexe (à rendre avec la copie), on donne la courbe représentative (C) de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.
(C) passe par les points $A(0;3)$ et $C\left(-\frac{5}{2};-2e^{-\frac{5}{2}}\right)$.
(C) admet une tangente horizontale au point C et la tangente à (C) en A passe par le point $B(-1;-2)$.

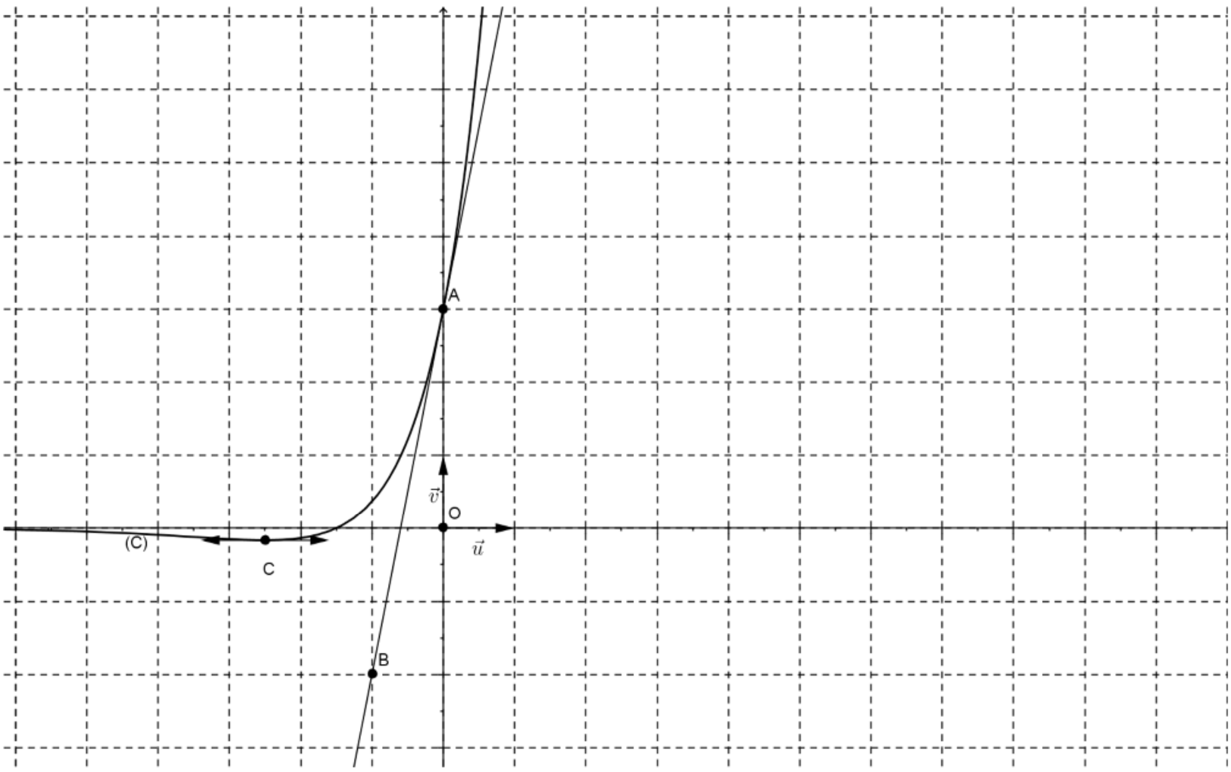
A/ 1) Par une lecture graphique donner : $f(0)$; $f'(0)$; $f'\left(-\frac{5}{2}\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

2) En déduire les valeurs de a et b.

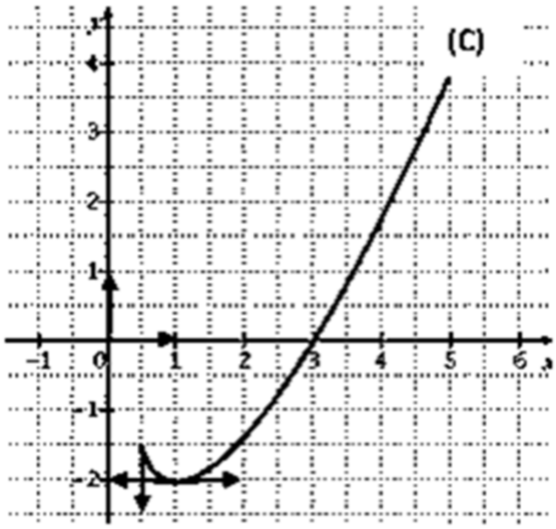
B/ Dans cette partie, on prend : $a=2$ et $b=3$.

1) Dresser le tableau de variation de f.
2) Soit g la restriction de f sur $\left[-\frac{5}{2};+\infty\right[$.

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.
b) Construire la courbe (C') représentative de g^{-1} dans le même repère.
c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C'), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=3$.



Exercice 7 ☺



La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction F continue sur $\left[\frac{1}{2},5\right]$, dérivable sur $\left]\frac{1}{2},5\right]$.

On sait que (C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 3 et a une tangente horizontale au point d'abscisse 1 et une demi-tangente verticale au point d'abscisse $\frac{1}{2}$

On note f la fonction dérivée de F.

1- A l'aide d'une lecture graphique :
   - a- Déterminer : $f(1)$, $F(1)$ et $F(3)$
   - b- Donner les variations de la fonction F et en déduire le signe de f
   - c- Calculer $\int_1^3 f(x)dx$

2- Soient f_1, f_2 et f_3 les fonctions définies par :

$$f_1(x) = (x^2 - x)e^{2x-1} \qquad f_2(x) = \ln(2x-1) \qquad f_3(x) = 1 - \frac{1}{2x-1}$$

Une de ces trois fonctions est la fonction f.
   - a- Etudier le signe de f_1 sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2},5\right]$.
   - b- Résoudre dans $\left]\frac{1}{2},5\right]$ l'inéquation : $f_2(x) \geq 0$.

c- Etudier le signe de f_3 sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2},5\right]$

d- Calculer $\int_1^3 f_3(x)dx$

e- Laquelle des trois fonctions est la fonction f ? Justifier la réponse

__Exercice 8__ ☺

Chaque question admet une seule réponse exacte. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1- $\ln\left(e^2\sqrt[5]{e}\right)$ est égal a :

$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{5}$	$2\sqrt{5}$

2- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\int_0^x e^{-t^2}dt$ alors $f''(x) =$

e^{-x^2}	$-2xe^{-x^2}$	$\int_0^x -2te^{-t^2}\,dt$

3- La fonction $x \longmapsto \ln(\ln x)$ est définie sur :

$]0,+\infty[$	$]0,1[$	$]1,+\infty[$

4- La fonction $x \mapsto x\ln\left(\frac{x}{e}\right)$ est une primitive sur $]0,+\infty[$ de la fonction

$x \longmapsto \ln x$	$x \mapsto \ln\left(\frac{x}{e}\right)$	$x \longmapsto x\ln x - x$

5- Soit $F(x)=\int_1^x xe^{-t}dt$. F est dérivable sur $[1,+\infty[$ et on a $F'(x) =$

xe^{-x}	$\int_1^x e^{-t}dt + xe^{-x}$	$xe^{-x} - e^{-1}$